

## 7<sup>MA</sup> OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA

Bustos R., Velarde A., Palenque E.  
Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI)  
Academia Nacional de Ciencias de Bolivia (ANCB)  
Carrera de Física-Universidad Mayor de San Andrés (UMSA)

*La Paz-Bolivia*

### RESUMEN

Se presentan los exámenes de la 7<sup>ma</sup> Olimpiada Boliviana de Física. Estos corresponden a los niveles de Tercero y Cuarto de Secundaria y fueron tomados en fecha 2 de Julio de 2002 en la Carrera de Física de la Universidad Mayor de San Andrés.

*El diseño del logotipo mostrado abajo fue realizado por Christian Mollo.*



## 1. TERCERO DE SECUNDARIA

Notas: Lee todo el examen y consulta si tienes alguna duda.  
 NO coloques tus datos personales ni en la hoja del examen ni en las hojas de tus soluciones!, te daremos un formulario para eso.  
 La parte conceptual vale 40% y la parte practica 60%.  
 Tienes un tiempo de 2 horas.

**PARTE CONCEPTUAL**

1. En la calle el día entero cae una fría llovizna. En la cocina se halla tendida mucha ropa lavada. ¿Se secará más rápido la ropa si abrimos la ventanilla?
2. Por que a la cometa de papel se le coloca la cola?
3. Como se puede determinar la densidad de una piedra cualquiera con ayuda de un dinamómetro y recipientes con agua?
4. Que presión máxima puede ser medida con ayuda de dos manómetros en U de mercurio unidos en serie por un tubo corto si cada uno de los mismos permite medir la presión hasta  $m$  Pa.?

**PARTE PRACTICA**

1. Un lápiz hexagonal fue empujado a lo largo del plano horizontal según se muestra en la *figura 1* ¿Con cuales valores del coeficiente de rozamiento entre el lápiz y el plano el lápiz deslizará por el plano sin rodar?
2. La *figura 2* fue hecha a base de la fotografía tomada de las colas de humo que arrastran dos locomotoras que avanzan por un trayecto rectilíneo del ferrocarril con las velocidades  $v_1 = 50 \text{ Km/h}$  y  $v_2 = 70 \text{ Km/h}$ . Las direcciones de movimiento de los trenes están señaladas con flechas. Hallar la velocidad del viento.
3. Tres cuerpos cuyas masas son  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  pueden deslizarse a lo largo de la recta horizontal sin rozamiento (*figura3*). Siendo  $m_1 \gg m_2$  y  $m_3 \gg m_2$ . Determinar las velocidades máximas de los cuerpos extremos si en el momento inicial se hallaban en reposo, mientras que el cuerpo medio tenía la velocidad  $v$ . Los choques se consideran absolutamente elásticos.

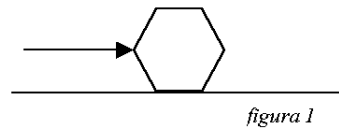


figura 1

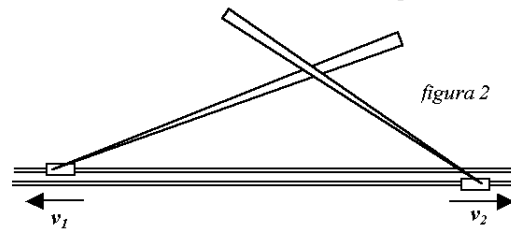


figura 2

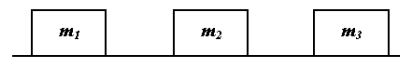


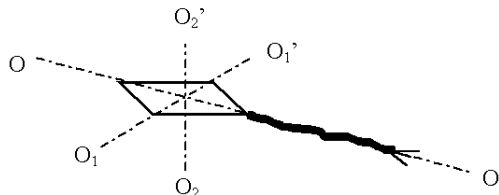
figura 3

SOLUCIONES

PARTE CONCEPTUAL

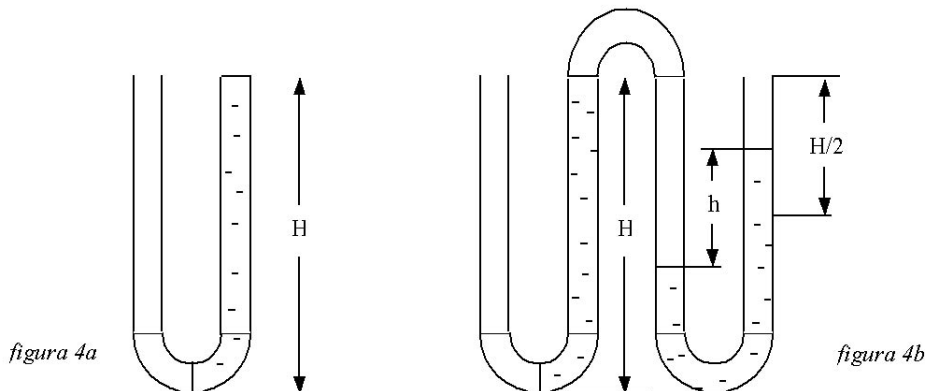
1. Tanto en la calle como en la cocina con la ventanilla cerrada el vapor está saturado. Pero la temperatura en la calle es inferior que en el local. Por consiguiente, la presión de vapor en la calle es menor que en la habitación. Por ello al abrir la ventanilla de la cocina el vapor va a salir de la misma a la calle, debido a lo cual el vapor que se halla en la cocina estará siempre insaturado. La ropa se secará más rápido.

2. Merced a la longitud diferente de los hilos que van del cordel principal a las puntas del cometa de papel, el último es estable respecto al giro alrededor de los ejes  $OO'$  y  $O_1O_1'$ . La cola facilitará la estabilidad del cometa de papel respecto a la rotación alrededor del eje vertical  $O_2O_2'$ .



3. Para determinar la densidad  $\rho$  de la piedra es indispensable conocer su masa  $m$  y su volumen  $V$ :  $\rho = \frac{m}{V}$ . Con ayuda del dinamómetro se puede determinar el valor del peso del cuerpo en el aire  $P_1$  y en el agua  $P_2$ . La diferencia entre estos valores es igual a la fuerza de Arquímedes que actúa sobre la piedra en el agua (la fuerza de Arquímedes que actúa sobre la piedra en el aire puede ser menospreciada). Conociendo la densidad del agua  $\rho_0$ , determinamos el volumen de la piedra:  $V = \frac{F_A}{\rho_0} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g}$ , y su densidad:  $\rho = \frac{P_1}{gV} = \frac{P_1}{P_1 - P_2} \rho_0$

4. El manómetro de mercurio en forma de U (figura 4a) mide la sobrepresión  $\Delta p$ , o sea indica en cuánto la presión  $p$  en el codo izquierdo del manómetro es mayor que la presión atmosférica  $p_0$ . La limitación en la gama de los valores de la sobrepresión a medir se impone por la longitud de los tubos del manómetro. No se puede medir la sobrepresión mayor que con la cual el mercurio llega hasta el borde del codo derecho (según la figura 4a). El valor límite de la sobrepresión a medir para el manómetro en cuestión es igual a  $m$ .



En el caso de la conexión en serie de dos manómetros (figura 4b) la sobrepresión  $\Delta p_1$  en el codo izquierdo del manómetro 1 será mayor que  $\rho g H$ , ya que la presión  $p_2$  en el codo izquierdo del manómetro 2 es mayor que la atmosférica en la magnitud  $\rho g h$ :  $p_2 = p_0 + \rho g h$ , por ello  $\Delta p_1 = \rho g (H + h)$ .

El aire comprimido en el codo izquierdo del manómetro 2 ocupa el volumen  $V = S \frac{H+h}{2}$ , en donde  $S$  es la superficie de sección de los tubos. Primero este aire ocupaba el volumen  $V = S \frac{H}{2}$  en el codo derecho del manómetro 1 y el mismo volumen en el codo izquierdo del manómetro 2 y la presión de este aire era igual a la atmosférica ( $p_0$ ). Suponiendo que el aire comprimido es isotérmico se puede aplicar la ley de Boyle – Mariotte:

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{SH}{\frac{1}{2}S(H+h)}, \text{ en donde } p_2 = 2p_0 \frac{H}{H+h}.$$

Al multiplicar el numerador y el denominador en la parte derecha de esta igualdad por  $\rho g$ , obtendremos

$$p_2 = 2p_0 \frac{\rho g H}{\rho g H + \rho g h} = 2 \frac{p_0^2}{p_0 + \rho g h} = \frac{2p_0^2}{p_2}$$

de donde  $p_2 = \sqrt{2}p_0$ , ya que  $p_1 = p_0 + p_2$ , entonces  $\Delta p_1 = p_2 = \sqrt{2}m \text{ Pa}$ .

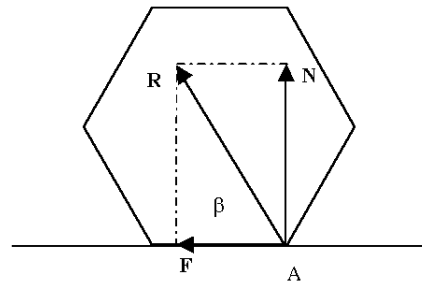
### PARTE PRACTICA

1. En el lápiz en movimiento del lado del plano actúan dos fuerzas: la fuerza de reacción normal del plano  $N$  y la fuerza de rozamiento  $F$  (figura 1sol). Ya que el lápiz no se desplaza en el sentido vertical entonces  $N + mg = 0$ . Para el módulo de la fuerza de rozamiento se puede anotar  $F = \mu N = \mu mg$

Examinemos el momento “crítico” cuando el lápiz toca el plano en el punto A. Para que el lápiz no de vueltas la resultante de todas las fuerzas debe pasar por el centro de masas del lápiz. Consiguientemente, por el centro de masas debe pasar la resultante  $R$  de las fuerzas  $N$  y  $F$ . Si el coeficiente de rozamiento es grande y la fuerza  $R$  pasa por debajo del centro de masas, el lápiz va a dar vueltas.

De este modo la condición de que el lápiz no da vueltas se anotará así:  $tg\beta = \frac{N}{F} > tg60^\circ$  o  $\frac{mg}{\mu mg} > \sqrt{3}$ , de donde se obtiene

finalmente que  $\mu < \frac{1}{\sqrt{3}}$ .



2. La columna de humo lanzada por la locomotora en el punto A en el tiempo  $t$  será corrida por el viento al punto C. Con ello  $\overline{AC} = \mathbf{u}t$ . En donde  $\mathbf{u}$  es la velocidad del viento (figura 2a.). Pero al cabo del tiempo  $t$  la locomotora estará situada en el punto B. El avance del tren es igual a  $\overline{AB} = \mathbf{v}t$ , en donde  $\mathbf{v}$  es la velocidad del tren. Es notorio que la columna de humo está orientada a lo largo del vector  $\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB}$ , o lo que da lo mismo, a lo largo del vector  $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ .

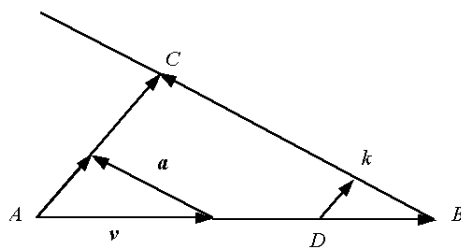


figura 2a

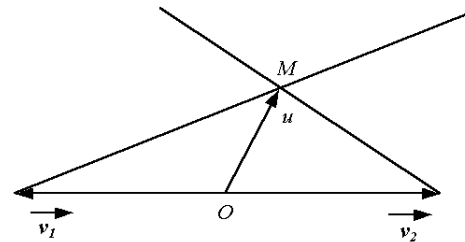


figura 2b

Ahora es fácil hallar la velocidad del viento. Tracemos en una escala arbitraria el vector  $\mathbf{v}_1$ . Seguidamente desde el origen  $O$  del vector  $\mathbf{v}_1$  tracemos desde la misma escala el vector  $\mathbf{v}_2$ . De los extremos de los vectores  $\mathbf{v}_1$  y  $\mathbf{v}_2$  tracemos líneas rectas paralelas a las columnas correspondientes de humo (figura 2b.)

En el punto  $M$  de intersección de estas rectas lo enlazamos con el punto  $O$ . En la escala seleccionada precisamente  $OM$  constituye el vector de la velocidad del viento. En efecto, el vector  $OM - \mathbf{v}_1$  está orientado a lo largo de la columna de humo que arrastra la primera locomotora, mientras que el vector  $OM - \mathbf{v}_2$ , a lo largo de la columna de humo de la segunda. Al medir por medio de la regla longitud del vector  $OM$  hallaremos el módulo de la velocidad del viento. Es igual a  $35 \text{ Km/h}$ .

3. Las colisiones del cuerpo de masa  $m_2$  con los cuerpos de masa  $m_1$  y  $m_3$  continuarán hasta que la velocidad del mismo llegue a ser menor que la velocidad de uno de los cuerpos ( $m_1$  o  $m_3$ ). Pero ya que  $m_1 \gg m_2$  y  $m_3 \gg m_2$ , el impulso y la energía del cuerpo de masa  $m_2$  será mucho menor que el impulso y la energía de estos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_3$ . Consiguientemente, anotando la ley de conservación de la energía y del impulso podemos no tomar en consideración la energía y el impulso del cuerpo de masa  $m_2$  después que cesen las colisiones. Designando con  $\mathbf{v}_1$  y  $\mathbf{v}_3$  las velocidades de los cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_3$  después que cesen las colisiones se puede anotar:

$m_3 v_3 - m_1 v_1 = m_2 v$ , y  $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_3 v_3^2}{2} = \frac{m_2 v^2}{2}$ . Solucionando estas ecuaciones en conjunto y teniendo en cuenta

que  $m_1 \gg m_2$  y  $m_3 \gg m_2$  hallamos:  $v_1 = v \sqrt{\frac{m_2 m_3}{m_1 m_3 + m_3^2}}$  y  $v_3 = v \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 m_3 + m_3^2}}$ .

## 2. CUARTO DE SECUNDARIA

Notas: Lee todo el examen y consulta si tienes alguna duda.  
 NO coloques tus datos personales ni en la hoja del examen ni en las hojas de tus soluciones!, te daremos un formulario para eso.  
 La parte conceptual vale 40% y la parte practica 60%.  
 Tienes un tiempo de 2 horas.

## PARTE CONCEPTUAL

- Determinar la densidad de un liquido desconocido. Puedes usar: variante 1: dos vasijas con un mismo liquido, tubo de vidrio de 80 – 100 cm. de largo, reglas, tubos de goma, embudos.  
 variante 2: liquido a analizar, probeta graduada, liquido con densidad conocida, dinamómetro.
- En un espejo plano se observa la imagen de una candela. ¿Qué ocurrirá con esta imagen si entre el espejo y la candela se coloca una placa plano-paralela de vidrio?
- En la calle el día entero cae una fría llovizna. En la cocina se halla tendida mucha ropa lavada. ¿Se secará más rápido la ropa si abrimos la ventanilla?
- En un vaso con agua que gira alrededor de su eje (*figura 1*), es lanzada una bolita que flota a flor de agua. ¿En que parte de la superficie estará situada la bolita?

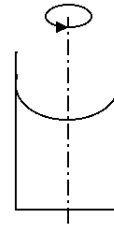


figura 1

## PARTE PRACTICA

- El cubo de espuma sintética cuya masa es  $M = 100 \text{ gr}$ . se halla situado sobre un soporte horizontal (*figura 2*). La altura del cubo es  $h = 10 \text{ cm}$ . De abajo el cubo es perforado por una bala que vuela verticalmente y cuya masa es  $m = 10 \text{ gr}$ . La velocidad de la bala a la entrada en el cubo es  $v_1 = 100 \text{ [m/s]}$ , a la salida  $v_2 = 95 \text{ [m/s]}$ . ¿Saltará o no el cubo?
- Desde el Polo Sur y el Polo Norte de la Tierra simultáneamente despegan dos cohetes con iguales velocidades iniciales dirigidas horizontalmente. Dentro del tiempo  $t = 3h20m$  los cohetes se encontraban a la distancia máxima uno del otro. Determinar la distancia máxima entre los cohetes. La aceleración de caída en la Tierra se considera conocida. El radio de la Tierra es  $R_T = 6400 \text{ Km}$ .
- En el espacio entre las paredes de la ampolla de un termo fue establecida la presión  $p = 10^{-2} \text{ Pa}$  a la temperatura del ambiente. Apreciar el tiempo en el curso del cual el té contenido en el termo se va a enfriar desde  $90^\circ$  hasta  $70^\circ$ . La superficie de la ampolla es  $S = 600 \text{ cm}^2$ . La capacidad del termo es de  $1 \text{ lt}$ . La capacidad calorífica específica del agua es  $c = 4,2 \times 10^3 \text{ J/(Kg}^\circ\text{K)}$ ; la constante universal de los gases es  $R = 8,3 \text{ J/(mol}^\circ\text{K)}$ . No tomar en consideración la fuga de calor por el tapón.

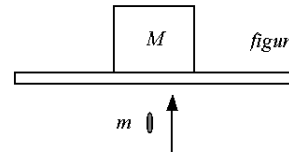


figura 2

## SOLUCIONES

## PARTE CONCEPTUAL

1. Al sumergir una misma carga en dos líquidos diferentes las fuerzas de Arquímedes que actúan en la misma se determinan como sigue:

$$F_1 = \rho_1 gV, F_2 = \rho_2 gV \quad (1)$$

en donde  $\rho_1$  y  $\rho_2$  son las densidades de los líquidos, uno de los cuales es desconocida. Los valores  $F_1$  y  $F_2$  pueden ser determinados por la diferencia de indicaciones del dinamómetro al que se halla suspendida la carga en los casos cuando la última se encuentra en el aire y en los líquidos:

$$F_1 = P - P_1, F_2 = P - P_2 \quad (2)$$

en donde  $P$  es la indicación del dinamómetro, cuando la carga se halla en el aire,  $P_1$  y  $P_2$  las indicaciones del dinamómetro, cuando la carga se encuentra en los líquidos de densidades conocida y desconocida. De las

ecuaciones (1) y (2) hallamos la densidad desconocida del líquido:  $\rho_2 = \frac{F_2}{gV} = \frac{F_2}{F_1} \rho_1 = \frac{P - P_2}{P - P_1} \rho_1$

2. Al trazar el curso de unos cuantos rayos es fácil convencerse de que, después que entre la candela y el espejo es dispuesta la placa plano paralela de vidrio, la imagen de la candela se aproximará al espejo.
3. Ver soluciones de Tercero de sec.

4. Ya que la bolita flota a flor del agua, la densidad de material de la misma es menor que la densidad del agua  $\rho_b < \rho_a$ . Supongamos que la bolita se encuentra a una distancia  $R$  del eje de un recipiente giratorio. Si la densidad de la bolita fuera igual a la densidad del agua, la misma estaría a una distancia invariable del eje de rotación. La aceleración centrípeta sería comunicada a tal bolita por la resultante de la fuerza de gravedad y de las fuerzas de presión del agua circundante. En módulo esta resultante sería igual a  $m\omega^2 R = \rho_a V\omega^2 R$ , en donde  $\omega$  es la velocidad angular de rotación del recipiente,  $V$ , el volumen de la bolita. En la bolita de densidad  $\rho_b$ , dispuesta en el mismo punto, de parte del agua circundante actúa una fuerza igual que comunica ahora a la bolita la aceleración  $a = \frac{\rho_a}{\rho_b} \omega^2 R$ . Esta aceleración es mayor que la necesaria para la rotación por la circunferencia de radio  $R$ . Consiguientemente, la posición de equilibrio de la bolita se encuentra en el eje del recipiente.

## PARTE PRACTICA

1. El cubo puede saltar si el módulo de la fuerza  $F$ , que actúa en el mismo de parte de la bala, resulta mayor que el módulo de la fuerza de gravedad  $Mg = 1N$ . Hallemos esta fuerza. Para ello examinemos la bala. En la misma de parte del cubo actúa una fuerza igual en módulo, pero opuesta en dirección a la fuerza de gravedad  $mg$ . La velocidad de la bala, al atravesar el cubo, varía de manera insignificante: su variación es igual a 5 m/s, lo que constituye solo el 5% de la velocidad de la bala al penetrar en el cubo. Por ello se puede considerar que la fuerza  $F$  no depende de la velocidad de la bala y es constante. El impulso de la bala, al pasar por el cubo, cambia a efecto de la acción en la bala de dos fuerzas: la fuerza de la gravedad y la fuerza de rozamiento. Si el tiempo, en el cual la bala atraviesa todo el cubo, se designa por  $\tau$ , entonces  $m(v_1 - v_2) = (F + mg)\tau$  (1). El tiempo  $\tau$  no es difícil hallarlo. Ya que las fuerzas que actúan en el cubo son constantes, es constante también la aceleración de la bala y por consiguiente, la velocidad de la bala cambia linealmente con el tiempo. Por ello la velocidad media de movimiento de la bala en el cubo es igual a  $v_{media} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ . Consiguientemente, la bala atraviesa el cubo en el tiempo  $\tau = \frac{h}{v_{media}} = \frac{2a}{v_1 + v_2} \approx 10^{-3} s$ . Sustituyendo este valor  $\tau$  en la ec. (1) hallamos:  $F = \frac{m(v_1 - v_2) - \mu g}{\tau} \approx 50N$ . Ya que  $\tau$  es pequeño, el valor de  $mg\tau$  es mucho menor que la variación del impulso de la bala puede ser menoscabiado. La fuerza  $F$  resultó mayor que la fuerza de la gravedad que actúa en el cubo. Por ello el cubo saltará.

2. Los cohetes se mueven por elipses. El punto de su despegue corresponde a la distancia mínima desde el centro de la Tierra, mientras que el punto de la órbita que se halla encima del punto de la Tierra diametralmente opuesto, al apogeo de la órbita. En estos puntos la velocidad del cohete es perpendicular a la recta trazada desde el centro de la Tierra a la órbita. Designemos con  $L$  la longitud del eje mayor de la órbita. Entonces la distancia máxima  $s$  entre los cohetes será igual a  $s = 2L - 2R_t$ . El periodo  $T$  de vuelo del cohete por la órbita es igual a  $2\tau$ . Si el periodo de

vuelo, por la órbita circular de radio  $R_t$ , se designa con  $T_1$ , entonces según la tercera ley de Kepler  $\frac{T^2}{T_1^2} = \left(\frac{L}{R_t}\right)^3$ , de

donde  $L = 2R_t \sqrt[3]{\left(\frac{T}{T_1}\right)^2}$ . Ya que la aceleración centrípeta del satélite que se mueve por la órbita circular de radio  $R_t$

es igual a  $g$ , entonces  $g = \omega^2 R_t$ . Por tanto  $T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R_t}{g}}$ . Por ello  $L = 2R_t \sqrt[3]{\frac{4\tau^2 g}{4\pi^2 R_t}}$   $\approx 5.6R_t$ .

$S = 9.2R_t \approx 5.9 \times 10^4 \text{ Km}$ .

3. Designemos con  $T_1$  la temperatura del té y con  $T_2$  la temperatura de la habitación. Tropezando con la pared templada las moléculas del aire contenidas en la ampolla adquieren la energía cinética  $E_1 = \frac{3}{2} kT_1$ . Pero tras

tropezar con la pared fría la energía cinética de las moléculas llega ser igual a  $E_2 = \frac{3}{2} kT_2$ . De este modo la

molécula transfiere la energía  $\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{3}{2} k(T_1 - T_2)$ . El número de colisiones de las moléculas con las

paredes de superficie  $S$  en el tiempo  $\Delta t$  es igual a  $Z = \frac{1}{2} n |\bar{v}_x| S \Delta t$  (1), en donde  $n$  es la concentración de moléculas y  $|\bar{v}_x|$ , el valor medio del módulo de proyección de velocidad de las moléculas sobre el eje X

perpendicular a la pared. Para hacer la apreciación se puede adoptar que:  $3|\bar{v}_x|^2 = v^2$ . La velocidad cuadrática

media  $v$  se determina por la fórmula  $v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ , en donde  $M$  es la masa molar del gas y  $T$ , la temperatura media

en la ampolla. Ya que los valores de  $T_1$  y  $T_2$  son próximos podemos adoptar:  $T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ . De la ecuación

principal de la teoría cinética de los gases obtenemos  $n = \frac{p}{kT}$ . Rescribiendo la fórmula (1):  $Z = \frac{1}{2} \frac{p}{kT} \sqrt{\frac{kT}{M}} S \Delta t$ , lo

que significa que en el tiempo  $\Delta t$  se transfiere la energía  $W = Z \Delta E = \frac{3}{2} p \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \sqrt{\frac{R(T_1 + T_2)}{2M}} S \Delta t$  (2). Para que

1Kg del té contenido en el termo se enfríe desde la temperatura  $T_1 = 363\text{K}$  hasta la temperatura  $T_1' = 243\text{K}$  debe ser transferida la energía  $W = mc(T_1 - T_1')$ . Sustituyendo esta expresión para  $W$  en la fórmula (2), hallaremos el tiempo  $\Delta t$  necesario para que se enfríe el té:

$$\Delta t = \frac{2mc(T_1 - T_1')(T_1 + T_2)}{3p(T_1 - T_2)S} \sqrt{\frac{2M}{R(T_1 + T_2)}} \approx 1.7 \times 10^4 \text{ s} \approx 5 \text{ h}$$



**VII Olimpiada Boliviana de Física**  
**La Paz, 6, 7 de Julio 2001.**

**PRUEBA EXPERIMENTAL POR DELEGACIONES**

**Sistema masa – resorte. Dependencia con el número de espiras.**

La constante elástica de un resorte helicoidal,  $k$ , depende del número de espiras,  $n$ . Esa dependencia es de la forma potencial:

$$k = k_1 n^B$$

Donde  $B$  es una constante y  $k_1$  es la constante elástica de una sola espira.

El periodo de oscilación de una sistema masa resorte es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$$

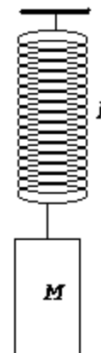
Donde  $M$  es la masa.

Entonces:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_1 n^B}} = A n^{-\frac{B}{2}}$$

Para el experimento se utiliza un resorte helicoidal de plástico muy liviano. Esto nos permite despreciar la masa del resorte mismo.

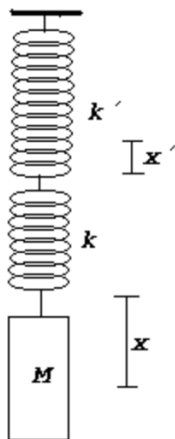
- Suspender el sistema masa – resorte haciendo variar el número de espiras.
- Para un número de espiras dado, mida el periodo de oscilación. Haga varias medidas y tome el valor medio con su correspondiente error estadístico.
- Grafique los valores de  $\log T$  vs.  $\log n$  y haga la correspondiente regresión lineal.
- Encuentre el valor de  $B$ .
- ¿Podría justificar su resultado considerando al resorte como un conjunto de  $n$  resortes en serie?



**SOLUCION.**

**Demostración de la hipótesis.**

Sólo darla después de que los estudiantes hayan realizado el experimento. Consideremos el sistema de dos resortes de constantes elásticas  $k'$  y  $k$  como el que se muestra en la figura. En el punto en que están unidos los resortes, las fuerzas opuestas de ambos (tercera ley de Newton), son iguales, entonces:



$$k' x' = k(x - x')$$

$$x' = \frac{k}{k + k'} x$$

Donde  $x'$  es la deformación del primer resorte y  $(x-x')$  la deformación del segundo resorte.  $x$  es el desplazamiento total de la masa  $M$ . Sobre la masa  $M$  actúa la fuerza del segundo resorte, entonces, por la segunda ley de Newton:

$$Ma = -k(x - x')$$

$$Ma = -\frac{k'k}{k'+k} x = -k_{eq} x$$

$$\Rightarrow k_{eq} = \frac{k'k}{k'+k}$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k'}$$

Entonces vemos que dos resortes en serie equivalen a un resorte de constante elástica equivalente,  $k_{eq}$ , cuya inversa es la suma de las inversas de las constantes elásticas de los resortes.

Si consideramos ahora que un resorte helicoidal es el resultado de  $n$  espiras en serie, cada una de constante elástica  $k_1$ , la constante elástica del resorte será:

$$\frac{1}{k} = \frac{n}{k_1}$$

$$k = k_1 n^{-1}$$

De modo que la potencia  $B$  de nuestra hipótesis es  $-1$  y,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_1}} n^{-\frac{1}{2}}$$

O sea, de la forma:

$$T = A n^b$$

Con  $b = -0.5$ .

### Resultados experimentales. Ejemplo.-

Midiendo el tiempo de 10 oscilaciones, 10 veces para cada número de espiras:  
(Tiempo medido en segundos.)

t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	<t>	T=<t>/10	n
4,6	4,44	4,62	4,46	4,49	4,35	4,34	4,62	4,6	4,65	4,52	0,45	11
4,81	4,85	4,75	4,8	4,89	4,78	4,88	4,88	4,74	4,76	4,81	0,48	15
5,94	5,77	5,82	5,79	5,84	5,53	5,96	5,51	5,8	5,74	5,75	0,58	20
6,82	6,7	6,7	6,74	6,64	6,8	6,71	6,76	6,7	6,69	6,73	0,67	25
7,24	7	7,06	7,41	7,18	7,03	7,05	7,2	7,2	7,36	7,17	0,72	30
7,77	7,64	7,71	7,83	7,7	7,83	7,85	7,85	7,84	7,74	7,78	0,78	35
8,13	8,13	8,38	8,09	8,05	8,21	8,19	8,29	8,19	8,2	8,19	0,82	40
8,71	8,87	8,7	8,74	8,71	8,74	8,83	8,71	8,71	8,69	8,74	0,87	45
9,45	9,19	9,06	9,13	9,31	9,26	9,32	9,2	9,22	9,2	9,23	0,92	50

Para hacer la regresión lineal, tenemos:

T	n	Ln T	Ln n
0,45	11	-0,7947	2,3979
0,48	15	-0,7311	2,7081
0,58	20	-0,5534	2,9957
0,67	25	-0,3966	3,2189
0,72	30	-0,3323	3,4012
0,78	35	-0,2515	3,5553
0,82	40	-0,2002	3,6889
0,87	45	-0,1346	3,8067
0,92	50	-0,0797	3,9120

Resultado:

$$A = -2.1 \pm 0.6$$

$$b = 0.5 \pm 0.1$$

$$r = 0.993$$

