Revista Boliviana de Física **12**, 66–96 (2006)

11^{ava} OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA
EXAMEN NACIONAL
8^{vo} DE PRIMARIA, 1^{ro}, 2^{do}, 3^{ro} Y 4^{to} DE SECUNDARIA 2006

Bustos R.[1], Gutiérrez V. H.[2], Guaygua T.[3], Jemio C.[3], Burgos J.[3], Mamani N.[3], Portugal R.[4], Huallpa R.[5], Mamani R.[5], Tavera W.[6], Martínez L.[7], Taquichiri M.[8], Humérez A.[9]

[1] *Universidad Mayor de San Andrés (UMSA),Carrera de Física, La Paz*
[2] *Universidad Mayor, Real y Pontificia San Francisco Xavier de Chuquisaca (UMRPSFXCH) Facultad de Tecnología — Carrera de Ingeniería de Sistemas, Sucre*
[3] *Universidad Técnica de Oruro (UTO), Facultad Nacional de Ingeniería (FNI), Oruro*
[4] *Universidad Mayor de San Simón, Facultad de Ciencia y Tecnología, Cochabamba*
[5] *Universidad Autónoma Tomas Frías (UATF), Carrera de Física, Potosí*
[6] *Sociedad Boliviana de Física (SOBOFI)*
[7] *Universidad Privada de Santa Cruz de la Sierra, UPSA, Santa Cruz*
[8] *Universidad Autónoma Juan Misael Saracho, UAJMS, Tarija*
[9] *Universidad Amazónica de Pando, UAP, Pando*

RESUMEN

Se presentan las soluciones de los exámenes tomados en la 11^{ava} OLIMPIADA BOLIVIANA DE FÍSICA (11^{ava} OBF) de los cinco cursos participantes: 8^{vo} de Primaria, 1^{ro}, 2^{do}, 3^{ro} y 4^{to} de Secundaria. El evento se llevó a cabo los días 28, 29 y 30 de Junio de 2006 en los predios de la Universidad Técnica de Oruro (UTO), Facultad Nacional de Ingeniería (FNI), Oruro.

La Página Internet del proyecto es: `http://www.fiumsa.edu.bo/olimpiada/`

8º de Primaria

SOLUCIÓN: PARTE CONCEPTUAL (40%)

1. ¿Cuál es el significado del *sistema MKS* y del *sistema CGS*?

   Sol.-

   MKS: Metro Kilogramo Segundo
   CGS: Centímetro Gramo Segundo

   En realidad el sistema más usado es el MKS que forma la base del Sistema Internacional de Unidades compuesto del Metro, Kilogramo, Segundo, Ampere, Kelvin, Mol y la Candela.

2. De los siguientes ejemplos diga cuales son constantes y cuales son variables:

a.	La cantidad de agua en una caldera que está hirviendo.	Sol.-	Variable
b.	La masa de arena que está en una carretilla que tiene un orificio.	Sol.-	Variable
c.	El numero de hojas de un libro.	Sol.-	Constante
d.	El tiempo de vida que Ud. tiene.	Sol.-	Variable
e.	La cantidad de tinta de una impresora que se está usando.	Sol.-	Variable

3. Indique si es cierto o falso que el método científico consta de los siguientes pasos:
   a. Observación de un fenómeno de la naturaleza
   b. Análisis de los aspectos esenciales del fenómeno
   c. Reunir todos los datos posibles mediante la *experimentación*
   d. Formulación de una *hipótesis* que explique lo observado
   e. Con otros experimentos verificar la valides de nuestra *hipótesis*
   f. Si la *hipótesis* es valida elevarla al rango de *teoría*
   g. Definir el rango de aplicación de la *teoría*

   Si es cierto.

4. Coloque la numeración que indique el orden correcto de los planetas del Sistema Solar (Ayuda: Mercurio es el primer planeta):

a. Plutón (9)	b. Saturno (6)	c. Tierra (3)	d. Júpiter (5)	e. Marte (4)
f. Urano (7)	g. Mercurio (1)	h. Neptuno (8)	i. Venus (2)	

5. ¿En que "estados" se puede encontrar al agua? ¿Que se entiende por *punto de ebullición* y que se entiende por *punto de congelamiento* del agua?

   Sol.- Sólido, liquido y gaseoso. El *punto de ebullición* es el estado en el que el agua pasa del estado liquido al estado gaseoso. El *punto de congelamiento* es el estado en el que el agua pasa del estado liquido al estado sólido

8º de Primaria
SOLUCIÓN: PARTE PRÁCTICA (60%)

1. De un ejemplo de *energía almacenada* y otro ejemplo de *energía en acción*

Sol.-

Ejemplos de *energía almacenada*:

- Petróleo
- Gas Natural

Ejemplos de *energía en acción*:

- Cualquier objeto en Movimiento posee una *energía cinética*
- Cualquier objeto alejado de la tierra posee una *energía potencial*

2. Un basquetbolista mide 2,25 [m]. Indique su estatura en pulgadas. (Ayuda: 1[plg] = 2,54 [cm]).

Sol.-

$$h = 2.25[m]\times\frac{100[cm]}{1[m]}\times\frac{1[p\lg]}{2.54[cm]} = 88{,}582677[p\lg] \cong 88{,}58[p\lg]$$

3. Si el volumen de un pozo petrolero está calculado en $75{,}344\times10^{13}$ [m^3] y cada día se extraen $55{,}551\times10^{3}$ [m^3] en cuantos meses se acabara el combustible?

Sol.-

$$75{,}344\times10^{13}[m^3]\times\frac{1[dia]}{55{,}551\times10^{3}[m^3]}\times\frac{1[mes]}{30[dias]} = 452{,}435\times10^{6}[meses]$$

4. El volcán inactivo *Olimpus* del planeta Marte alcanza una altura H = 26,55[Km], un Diámetro en su base igual a D = 600 [Km] y tiene forma cónica. La densidad promedio del planeta es de 4,01[g/cc]. Calcule la masa total del volcán en [Kg]. Ayuda: El volumen de un cono es $V = \frac{\pi}{12}D^2H$ y la densidad de un cuerpo es $\rho = \frac{m}{V}$

Sol.-

Como $\rho = \frac{m}{V}$ entonces $m = \rho V = \rho\left(\frac{\pi}{12}D^2H\right)$ (1)

Ahora todas las cantidades usadas deben estar en un mismo sistema. Escojamos el sistema MKS:

$$\rho = 4{,}01\left[\frac{g}{cc}\right]\times\frac{(100[cm])^3}{(1[m])^3}\times\frac{1[Kg]}{1000[g]} = 4010\left[\frac{Kg}{m^3}\right] \qquad (2)$$

Reemplazando los valores dados más el resultado obtenido en la ecuación (2) se obtiene finalmente:

$$m = 4010\left[\frac{Kg}{m^3}\right]\left(\frac{3{,}14159}{12}\times\left(600\times10^3[m]\right)^2\times26{,}55\times10^3[m]\right) = 1{,}0034\times10^{19}[Kg]$$

1º de Secundaria

SOLUCIÓN: PARTE CONCEPTUAL (40%)

1. De los siguientes ejemplos diga cuales son constantes y cuales son variables:
   a. La cantidad de vapor de agua en una nube de donde está lloviendo. Sol.- Variable
   b. La masa de un camión arenero que tiene un hueco en su contenedor. Sol.- Variable
   c. El numero de ladrillos de una pared. Sol.- Constante
   d. El tiempo de vida que Ud. tiene. Sol.- Variable
   e. El numero de habitantes en un país. Sol.- Variable

2. Coloque la numeración que indique el orden correcto de los planetas del Sistema Solar (Ayuda: Mercurio es el primero):
   a. Plutón (9) b. Saturno (6) c. Tierra (3) d. Júpiter (5) e. Marte (4)
   f. Urano (7) g. Mercurio (1) h. Neptuno (8) i. Venus (2)

3. ¿Como está conformada la estructura interna de nuestro planeta Tierra?

   Sol.-
   Inicialmente la Tierra era una masa fundida a altísima temperatura rodeada de una capa gaseosa, luego se desplazaron al centro los materiales más pesados. Debido a una siguiente fase de enfriamiento, la corteza se fue solidificando en varias fases formando la corteza oceánica conocida como *basáltica* y la corteza continental conocida como *granítica*. Estas capas se dividen hoy en día en un núcleo, un manto y una corteza.

   La corteza tiene un espesor promedio de 35[*Km*], qué alcanza los 75 [*Km*] bajo las montañas y solo unos 10 [*Km*] bajo los océanos.

   El manto está separado de la corteza por una discontinuidad uniforme que se capta por la variación en aumento que experimenta la velocidad de las ondas sísmicas, se extiende hasta los 2900 [*Km*]

   El núcleo, que se encuentra separado del manto por otra discontinuidad, es más fluido y tiene un espesor de 3400 [*Km*], está constituido por hierro y níquel, de densidades 7,9[*g/cc*] y 9[*g/cc*] respectivamente, que dan a nuestro planeta la alta densidad que conocemos.

4. ¿Que se entiende por *calor* y qué se entiende por *temperatura*?

   Sol.-

   Temperatura: Es una propiedad tal que su valor final es el mismo que el de otros sistemas, cuando todos ellos se ponen en contacto. Cotidianamente se la entiende como una medida de lo caliente o de lo frío que está un sistema. Todos los objetos que están en contacto durante un tiempo suficiente llegar a estar a una misma temperatura que viene a ser una condición necesaria para que exista un *equilibrio térmico*.

   Calor: Es aquello que se transfiere entre un sistema y su medio ambiente en virtud, solamente, de su diferencia de temperaturas. Es una forma de energía siendo la unidad más utilizada la *caloría*.

5. ¿Que es un *vector*? ¿Cómo se suman y restan los *vectores*?

   Sol.-
   Es un elemento matemático que, además de modulo, posee dirección y sentido
   No olvides que para cualquier vector en general se puede escribir: $\mathbf{V} = V\,\mathbf{u_V}$, donde:
   V : Vector; V : Magnitud del Vector (Tamaño o modulo); $\mathbf{u_V}$: Vector Unidad

elementos que se los puede apreciar en el **GRÁFICO 5.1**

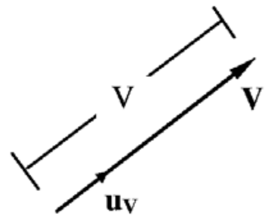


GRÁFICO 5.1

Como ejemplo de suma de vectores veamos el siguiente caso:

Sean dos vectores ***A*** de 6 unidades haciendo un ángulo de +36° con el eje *x*; ***B*** de 7 unidades que está en la dirección negativa del eje *x*. Calculemos el modulo de la suma de los dos vectores y el ángulo de la dirección del vector suma con el eje *x*:

Dibujemos los vectores en un plano Euclidiano (**GRÁFICO 5.2**):

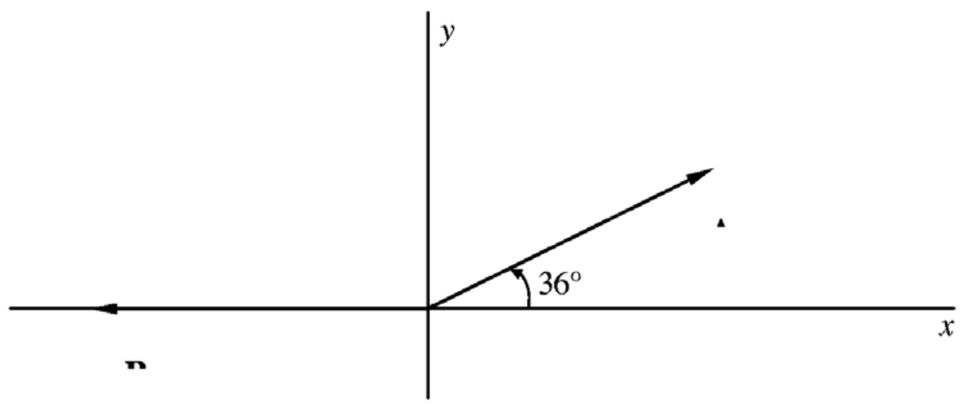


GRÁFICO 5.2

Los vectores son desplazables, por eso notemos que podemos trasladar el comienzo" del vector **B** al "final" del vector **A.**

El vector suma será aquel vector que empieza donde empieza el vector **A** y finaliza donde finaliza el vector **B**:

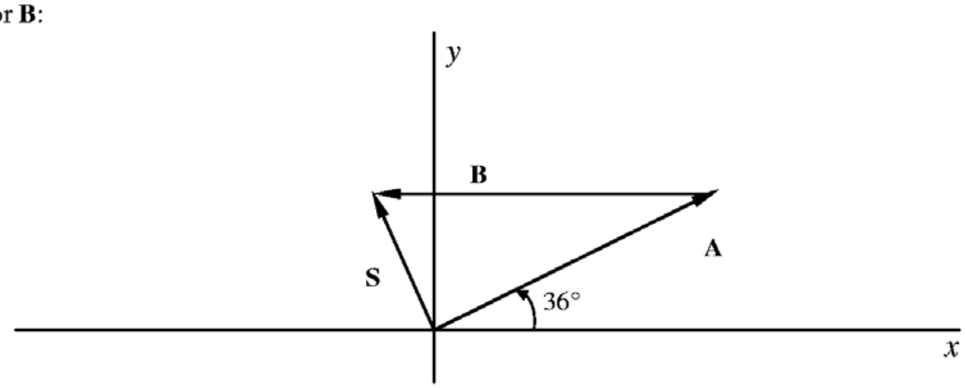


GRÁFICO 5.3

Resaltemos este GRÁFICO en magnitudes:

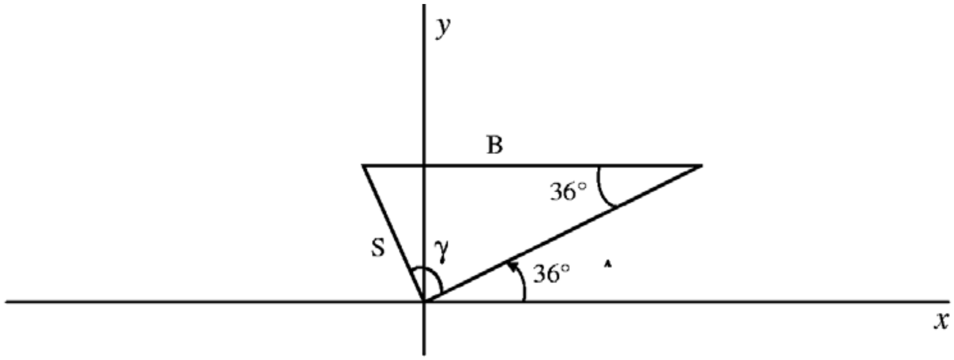


GRÁFICO 5.4

De la *ley de los cosenos* $S = \sqrt{6^2 + 7^2 - 2(6)(7)\cos(36)}$ obtenemos que el modulo del vector suma es $S = 4.128$ unidades.

De la *ley de los senos*: $\dfrac{S}{\sin(36)} = \dfrac{B}{\sin(\gamma)}$ obtenemos que $\gamma \cong 85^\circ$ y finalmente el angulo del vector suma con el eje *x es*: $36^\circ + \gamma = 121^\circ$

PRACTICA: Calcula la magnitud del vector resta ***A* – *B*** así como también el ángulo que este vector resta tiene con el eje *x*.

1º de Secundaria

SOLUCIÓN: PARTE PRÁCTICA (60%)

1. El diámetro ecuatorial de la Tierra es de 12756 [Km]. En cuanto tiempo un avión que vuela a una velocidad de 1000 [Km/h] completará una vuelta al planeta por la línea del ecuador?

Sol.-

El perímetro de una circunferencia, en este caso el de la línea del ecuador, es

$$2\pi \times R = 2\pi \times \left(\frac{D}{2}\right) = 2 \times 3{,}14159 \times \left(\frac{12756[Km]}{2}\right) = 40074{,}15589[Km]$$

Como la velocidad del avión es constante entonces se cumple la relación más simple de la cinemática:

$$v = \frac{DISTANCIA}{TIEMPO} = \frac{l}{t}\left[\frac{Km}{h}\right]$$

de donde

$$t = \frac{l}{v}\left[\frac{Km}{\frac{Km}{h}}\right] = \frac{l}{v}[h] = \frac{40074{,}15589}{1000}[h] = 40{,}07416[h]$$

2. El *Campo Magnético*, cuyo símbolo es B, y se mide en [Teslas = T] es una medida de cuan intenso es un imán. La *corriente*, cuyo símbolo es I y se mide en [Amperes = A] es una medida de la *carga eléctrica* de las *partículas* que pasan por un cable en un *tiempo* dado. La *carga eléctrica* es un equivalente a la masa de las *partículas* pero en realidad es una *masa eléctrica* que se mide en [Coulombs = C]. Las *partículas* que forman las corrientes más comunes son los *electrones.* André Marie Ampere (1775 – 1836) encontró que una corriente I que pasa por un cable genera en el espacio circundante un campo magnético B. En un experimento se ha medido el *Campo Magnético* B, a una distancia R de un cable por el que pasa una *corriente* I, habiéndose obtenido los siguientes datos:

B[miliTeslas]	5050	3490	2160	1310	1090	680	330	270	170	110	30
R [centímetros]	1	5	15	53	67	117	200	250	400	500	600

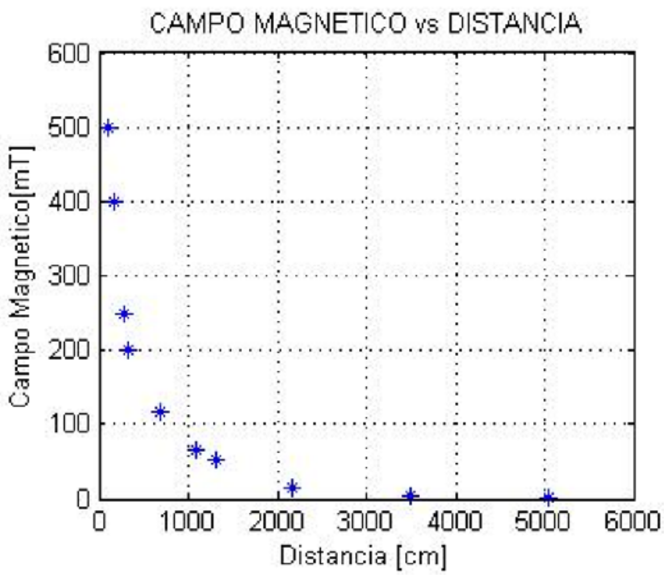
a. Grafique en un plano euclidiano este fenómeno.

b. ¿Le parece correcto afirmar, analizando su gráfico, qué el campo magnético B es cada vez más pequeño a medida que uno se va alejando de la corriente I?

c. ¿Es cierto que el campo magnético es más intenso muy cerca del cable?

Sol.-

a.



b. Si

c. Si

3. ¿Cuál es el *error relativo* y el *error porcentual* de la masa de un electrón que vale $9{,}109381\times10^{-31}\pm0{,}000004[Kg]$?

Sol.-

Un resultado generalmente se expresa como: $x=\bar{x}\pm\Delta x$

donde $\bar{x}$ es el valor promedio y Δx es el error del valor promedio en x, entonces:

$$Error \quad \mathrm{Re}lativo=\frac{\Delta x}{\bar{x}}$$

$$Error \quad porcentual=Error \quad \mathrm{Re}lativo\times100$$

En este caso: $m = \overline{m} \pm \Delta m$

donde $\overline{m}$ es la masa promedio y Δm es el error del valor promedio de la masa *m,* por lo tanto:

$$Error \quad \text{Re}lativo = \frac{\Delta m}{\overline{m}} = \frac{0{,}000004[Kg]}{9{,}109381\times 10^{-31}[Kg]} = 4{,}39\times 10^{-7}$$

$$Error \quad porcentual = Error \quad \text{Re}lativo \times 100 = 4{,}39\times 10^{-5}$$

4. Una barra de cobre mide 270 [*mm*] a 18 [ºC]. Calcule su nueva longitud si se calienta la barra hasta 99 [ºC]. El coeficiente de dilatación lineal del cobre vale $17\times 10^{-6}[^\circ C]^{-1}$.

Sol.-

Sabemos que al calentar un cuerpo este experimenta un incremento en sus dimensiones; el aumento en su longitud (Δl) es aproximadamente proporcional a su longitud inicial y al incremento de temperatura experimentado (Δt), es decir:

$$\Delta l = (\alpha)(l_1)\Delta t \qquad (4.1)$$

donde

$$\Delta l = l_{Final} - l_{Inicial} \qquad (4.2)$$

$$\Delta t = t_{Final} - t_{Inicial} \qquad (4.3)$$

$$\alpha = \text{coeficiente de dilatación lineal}\left[\frac{1}{^\circ C}\right] \qquad (4.4)$$

Por lo tanto usando las ecuaciones (4.1) y (4.3):

$$\Delta l = (\alpha)(l_1)\Delta t = \left(1{,}7\times 10^{-6}\left[^\circ C\right]^{-1}\right)\left(270[mm]\right)\left(99-18\right)\left[^\circ C\right] = 0{,}0372[mm]$$

Y finalmente de la relación (4.2):

$$l_{Final} = l_{Inicial} + \Delta l = 270{,}0000 + 0{,}0372 = 270{,}0372[mm]$$

2^o de Secundaria

SOLUCIÓN: PARTE CONCEPTUAL (40%)

1. ¿Cuantos y cuales tipos de multiplicación vectorial existen?

Sol.-

Existen dos tipos de multiplicación entre vectores:

- Multiplicación Punto o Escalar (Se llama así por que el resultado es un Escalar y el símbolo usado es un punto: •)
- Multiplicación Cruz o Vectorial (Se llama así por que el resultado es un Vector y el símbolo usado es una cruz: ×)

La Multiplicación Vectorial de los vectores **A** y **B** se define como un nuevo vector que es perpendicular al plano formado por los vectores **A** y **B** en la dirección de avance de un tornillo de rosca derecha que ha sido rotado del vector **A** hacia el vector **B** (*GRÁFICO 1.1*).

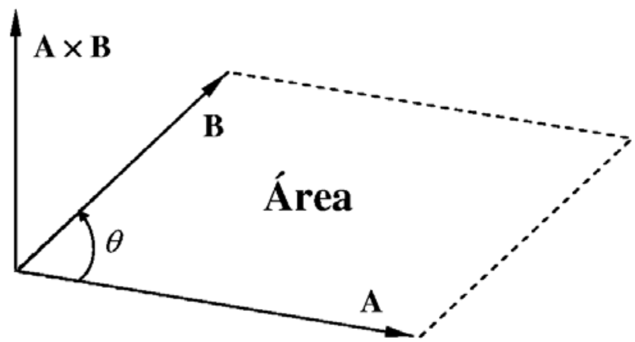


GRÁFICO 1.1

Lo más interesante en este tipo de multiplicación es que el modulo del vector $\mathbf{A}\times\mathbf{B}$ es el área del paralelogramo formado por los módulos A y B y viene dada por

$$|\,\mathbf{A}\times\mathbf{B}\,| = AB\ \mathrm{sen}(\theta) = \text{Área} \qquad (1.1)$$

La Multiplicación Escalar de los vectores **A** y **B** se define como la cantidad escalar obtenida de:

$$\mathbf{A}\bullet\mathbf{B} = AB\cos(\theta) \qquad (1.2)$$

Donde θ es el ángulo que existe entre el vector **A** y el vector **B** cuando ambos están comenzando de un mismo punto (*GRÁFICO 1.1*).

El vector **A** y el vector **B** pueden ser escritos como:

$$\mathbf{A} = A_x\,\mathbf{i} + A_y\,\mathbf{j} + A_z\,\mathbf{k} = A_x\,\boldsymbol{u_x} + A_y\,\boldsymbol{u_y} + A_z\,\boldsymbol{u_z} \qquad (1.3)$$

$$\mathbf{B} = B_x\,\mathbf{i} + B_y\,\mathbf{j} + B_z\,\mathbf{k} = B_x\,\boldsymbol{u_x} + B_y\,\boldsymbol{u_y} + B_z\,\boldsymbol{u_z} \qquad (1.4)$$

donde **i**, **j**, **k** son vectores unitarios, es decir vectores cuyo modulo vale la unidad y están orientados hacia el lado positivo de cada uno de los ejes *x, y, z* (*GRÁFICO 1.2*) y las A_x, A_y, A_z son las componentes del vector **A** (*GRÁFICO 1.3*).

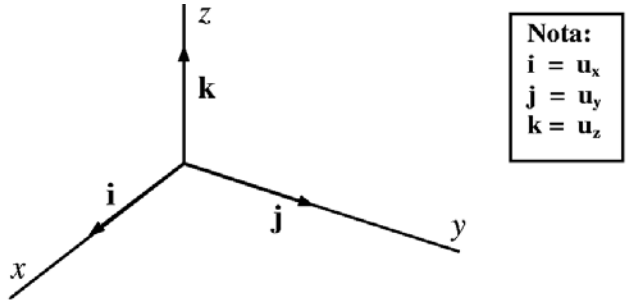


GRÁFICO 1.2

Nota: La magnitud de los vectores **i**, **j** y **k** vale una unidad, es decir: |**i**| = i = 1, |**j**| = j = 1, etc...

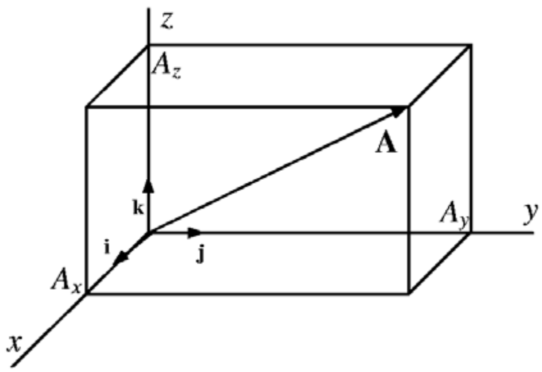


GRÁFICO 1.3

Nota: Para el vector **B** el gráfico de las componentes B_x, B_y, B_z será equivalente al *GRÁFICO 1.3*, lo que variará será el modulo, la dirección y el sentido del vector **B** en consecuencia también las magnitudes de sus componentes.

Si se aplica la definición dada por la ecuación (1.2) se obtiene

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad (1.5)$$

Este resultado es un escalar (un numero) puesto que no contiene ningún vector unitario.

Si **A** = **B** entonces $\mathbf{A} \bullet \mathbf{A} = AA \cos(0) = AA = A^2$ (El ángulo entre el vector **A** y el mismo vector **A** es cero), es decir el modulo del vector **A** vendrá dado por:

$$A = \sqrt{A_x^{\ 2} + A_y^{\ 2} + A_z^{\ 2}} \qquad (1.6)$$

De igual modo es evidente que el modulo del vector **B** viene dado por:

$$B = \sqrt{B_x^{\ 2} + B_y^{\ 2} + B_z^{\ 2}} \qquad (1.7)$$

De la definición de Multiplicación Escalar, ecuación (1.2), y de las relaciones (1.5), (1.6) y (1.7) se puede despejar y calcular por ejemplo el ángulo θ:

$$\theta = \cos^{-1}(\mathbf{A}\bullet\mathbf{B}/AB) = \cos^{-1}\left(\frac{A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}{\left(\sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2 + (A_z)^2}\right)\left(\sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2 + (B_z)^2}\right)}\right)$$

2. De un ejemplo de una *onda longitudinal* y otro ejemplo de una *onda transversal*.

Sol.-

Ejemplos de *onda longitudinal*

- El sonido
- Un resorte oscilando en la dirección y

Ejemplos de *onda transversal*

- La luz
- Las Ondas Electromagnéticas en general
- Una cuerda amarrada a una pared en la que se realiza un movimiento de vaivén.

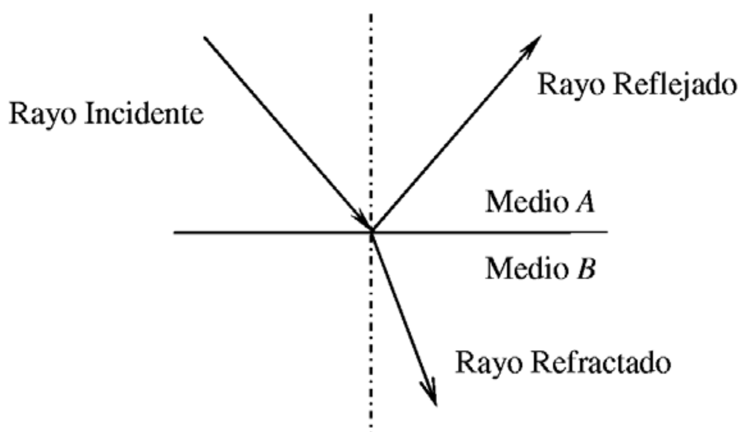
3. ¿Que es el eco? Use palabras como *onda, velocidad, reflexión, etc.*

Sol.-

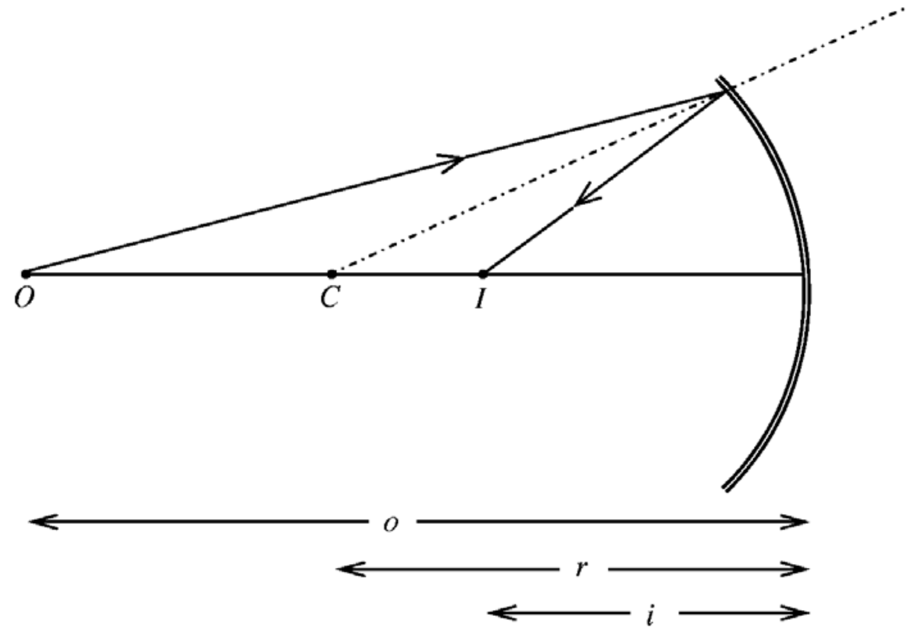
Una Onda de Sonido con velocidad constante que se refleja en una superficie dada que puede ser una montaña, un cerro, un monte, etc., retorna también como onda, con prácticamente la misma velocidad, a su lugar de origen percibiendo en el observador el fenómeno conocido como el *eco*.

4. ¿Cual es la diferencia entre *reflexión* y *refracción*?

Cuando una onda de luz llega de un medio *1* a un medio *2* oblicuamente a la superficie de separación entre ambos medios parte de la onda se refleja, es decir vuelve al medio A, y parte se refracta, es decir pasa al medio B.



5. ¿Como se forma una imagen en un espejo esférico? (grafique)



Un rayo de luz proveniente de un objeto puntual O incide sobre un espejo esférico cóncavo cuyo radio de curvatura es r.

El eje de referencia es una línea que pasa a través de O y que está centrada en el centro de curvatura C.

La ecuación: $\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=\frac{2}{r}$, relaciona la distancia objeto o y la distancia imagen i en función del radio de curvatura r.

2º de Secundaria

SOLUCIÓN: PARTE PRÁCTICA (60%)

1. Se ha medido el tiempo de viaje que una persona realiza entre dos puntos fijos:

#	1	2	3	4	5	6	7
T[minutos]	12,3	12,9	15,1	11,8	13,0	14,5	13,9

a. Calcule $t=\bar{t}\pm\Delta t$
b. Calcule el *error porcentual*

Sol.-

Teoría *Veamos algunos conceptos básicos sobre estadística:*

Tipos de Errores

- Fortuitos o aleatorios.- Están presentes en cualquier medición que se realice, se puede decir que son parte de la naturaleza.
- Sistemáticos.- Están presentes cuando los equipos de medida están mal calibrados, o sea son repetitivos.
- Gruesos.- Son descuidos (falta de atención) en la toma de datos.

Error de una sola medición

La ecuación que resalta el resultado medido es:

$$\boxed{x = x_{Medido} \pm \Delta x_{Minimo}}$$

donde:

x_{Medido} es la variable medida, que puede ser cualquier cantidad física como por ejemplo: longitud, masa, tiempo, densidad, peso, volumen, corriente, resistencia, etc…

Δx_{Minimo} es la MÍNIMA lectura visible del instrumento utilizado para la medición.

Ejemplo 1

Se midió la longitud de un marcador con una regla común (que mide hasta los milímetros):

$$l_{Medido} = 11.9[cm]$$

La mínima lectura visible en la regla usada es de:

$$1[mm] = 0.1[cm]$$

Por lo tanto el resultado final es:

$$l = 11.9 \pm 0.1[cm]$$

Ejemplo 2

Se midió el tiempo de viaje de un estudiante entre dos puntos fijos con un cronometro común (que mide hasta la centésima de segundo):

$$t_{Medido} = 45.36[s]$$

La mínima lectura visible en el cronometro usado es de:

$$0.01[s]$$

Por lo tanto el resultado final es:

$$t = 45.36 \pm 0.01[s]$$

Ejemplo 3

Se midió la masa de un objeto con una balanza común (que mide hasta la décima de Kilogramo):

$$M_{Medida} = 0.3[Kg]$$

La mínima lectura visible en la balanza usada es de:

$$0.1[Kg]$$

Por lo tanto el resultado final es:

$$M = 0.3 \pm 0.1[Kg]$$

Error de varias mediciones (Pregunta)

Los datos tomados se colocan en una tabla:

# de dato	1	2	3	4	5	6	…	n
x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	…	x_n

La ecuación del resultado final es:

$$\boxed{x = \bar{x} \pm \Delta x}$$

donde:

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{p=1}^{p=n} x_p$ es el valor promedio

n es el número de datos

$\Delta x = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ es el error fortuito resultante del conjunto de mediciones

$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{p=1}^{n}\left(x_p - \bar{x}\right)^2}{n-1}}$ Desviación Típica de una Muestra

$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{p=1}^{n}\left(x_p - \bar{x}\right)^2}{n}}$ Desviación Típica de una Población (se usa para muchos datos: >1000)

Estas variables estadísticas pueden ser calculadas directamente por cualquier calculadora científica.

Uso de la Calculadora Científica

a) Habilite el modo SD (Standard Desviation): MODE SD
b) Limpie la memoria: SHIFT CLR SCL =
c) Verifique la limpieza: SHIFT $x\sigma_{n-1}$ =
Debería verse en la pantalla el mensaje: *Math ERROR*
d) Introduzca sus Datos: x_1 *DT* x_2 *DT* x_3 *DT* x_4 *DT* …
e) Calcule la desviación típica de una muestra: SHIFT $x\sigma_{n-1}$ =
f) Calcule el valor promedio: SHIFT $\bar{x}$ =

Nota: Los distintos modelos de calculadoras científicas pueden diferir levemente. Consulte con su manual de propietario para cualquier duda.

Ejemplo 4 (Solución a la pregunta) Se ha medido el tiempo de viaje de un estudiante entre dos puntos fijos 8 veces habiéndose obtenido los siguientes resultados:

#	1	2	3	4	5	6	7
T[minutos]	12,3	12,9	15,1	11,8	13,0	14,5	13,9

Sol.-

$$\sigma_{n-1} = 1{,}191437707$$
$$\bar{t} = 13{,}35714286[m]$$

Por lo tanto $\Delta t = \frac{1{,}191437707}{\sqrt{7}} = 0{,}450321125[s]$

Entonces: $t = 13{,}35714286 \pm 0{,}450321125[s]$

Sin embargo debemos redondear este resultado, en este caso a un solo decimal:

$$t = 13{,}4 \pm 0{,}5[s]$$

Note que el redondeo se lo realiza hasta el digito indicado por el error fortuito Δt , en este caso hasta la décima.

Error Relativo y Error Porcentual

Se define el error relativo como:

$$E_R = \frac{|\Delta x|}{\bar{x}}$$

Y el error porcentual como:

$$E_{\%} = E_R \times 100$$

En el caso en que se conozca el valor exacto de la cantidad física que se está midiendo: x_{Exacto} se define el error relativo como:

$$E_R = \left| \frac{x_{Exacto} - x_{Medido}}{x_{Exacto}} \right|$$

Ecuación que se aplica para una sola medición como también para varias mediciones. El error porcentual se define de la misma manera.

Note que ambas cantidades son adimensionales.

Ahora debemos usar estas relaciones para hallar el *error porcentual* pedido:

$$E_R = \frac{|\Delta t|}{\bar{t}}$$

$$E_{\%} = E_R \times 100 = \frac{|0{,}5|}{13{,}4} \times 100 \cong 3{,}73\%$$

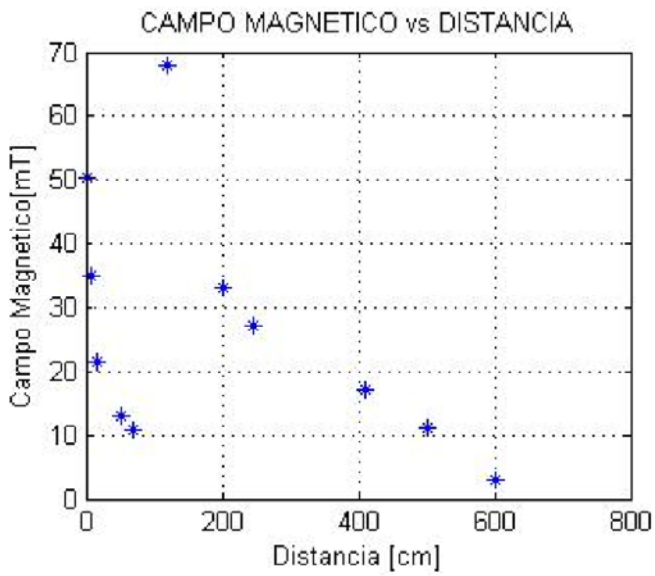
2. El *Campo Magnético*, cuyo símbolo es B, y se mide en [Teslas = T] es una medida de cuan intenso es un imán. La *corriente*, cuyo símbolo es I y se mide en [Amperes = A] es una medida de la *carga eléctrica* de las *partículas* que pasan por un cable en un *tiempo* dado. La *carga eléctrica* es un equivalente a la masa de las *partículas* pero en realidad es una *masa eléctrica* que se mide en [Coulombs = C]. Las *partículas* que forman las corrientes más comunes son los *electrones.* André Marie Ampere (1775 – 1836) encontró que una corriente I que pasa por un cable genera en el espacio circundante un campo magnético B. En un experimento se ha medido el *Campo Magnético* B, a una distancia R de un cable por el que pasa una *corriente* I, habiéndose obtenido los siguientes datos:

R [centímetros]	1	6	15	52	68	118	202	247	411	502	601
B[miliTeslas]	50,5	34,9	21,6	13,1	10,9	68,1	33,2	27,0	17,1	11,2	3,1

a. Grafique en un plano euclidiano este fenómeno.
b. ¿Le parece correcto afirmar, analizando su gráfico, qué el campo magnético B es cada vez menos intenso a medida que uno se va alejando del cable?
c. ¿Es cierto que el campo magnético es más débil muy cerca del cable?

Sol.-

a.



b. Verdadero
c. Falso

Nota: A una distancia entre a y 2 metros existe una anomalía existiendo un incremento en B abrupto para luego ir descendiendo a medida que nos vamos alejando del cable.

3. Un oscilador armónico se describe por la ecuación $x = (5)sen(3t)$, donde todas las cantidades se expresan en unidades MKS. Encontrar:

a. La *Amplitud*, el *Periodo*, la *Frecuencia* y la *Fase Inicial* de la oscilación.
b. La posición para un tiempo de 15 s.
c. Graficar en un mismo plano: $x = (5)sen(3t)$, $x = (10)sen(3t)$ y $x = (5)sen(t)$

Solución

a. Una onda puede ser expresada según la siguiente ecuación

$$x = A\sin(\omega t + \phi) \tag{3.1}$$

donde

$A \rightarrow$ Amplitud [m]
$\omega \rightarrow$ Frecuencia Angular o Velocidad Angular [rad/s]
$\phi \rightarrow$ Fase Inicial [rad]
$t \rightarrow$ Tiempo [s]
$x \rightarrow$ Distancia Variable vertical [m]
$(\omega t + \phi) \rightarrow$ Fase del Movimiento [rad]

se cumple que:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{P} \tag{3.2}$$

donde

$f \rightarrow$ Frecuencia [1/s=Hz (Hertz)]
(Numero de repeticiones por unidad de tiempo)
$P \rightarrow$ Periodo [s] (Tiempo en el cual la función se repite a si misma)

Por lo tanto usando la ecuación (3.1) podemos calcular:

La Amplitud:

$A = 5$

y la Frecuencia Angular:

$$\omega = 3.0\left[\frac{rad}{s}\right]$$

El Periodo P se puede calcular de la ecuación (3.2)

$$\omega = 2 = \frac{2\pi}{P} \quad \Rightarrow \quad P = \frac{2\pi}{2} = \pi,$$

y la frecuencia f sale también de la ecuación (3.2):

$$\omega = 2\pi f = 2 \quad \Rightarrow \quad f = \frac{2}{2\pi} = \frac{1}{\pi}[Hz]$$

Finalmente, la fase inicial será: $\phi = 0[rad]$

b. La Posición para un tiempo de 5 [s] se puede calcular simplemente reemplazando en la ecuación original este tiempo:

$$x = 5sen(3t) = 5sen(45)$$
$$x = 5sen(3*15) = 4{,}25452[m]$$

Nota: Tenga cuidado con las unidades. En su calculadora debe habilitar la opción de "radianes" (Rad) para que halles el resultado correcto. Existen otras dos opciones: Grados (Deg[°]) y Gradianes (Grad). La equivalencia es

$$2\pi[rad] = 360[^{o}] = 400[Grad]$$

c.

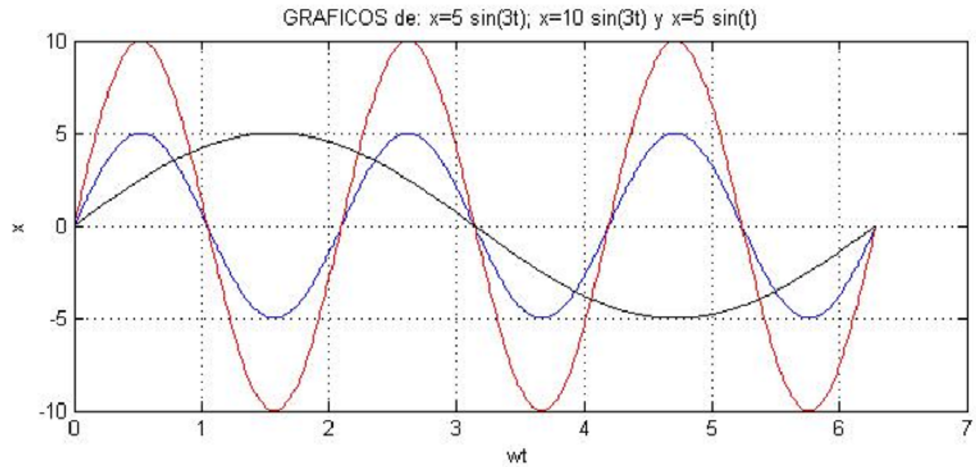


GRÁFICO 3.1

4. ¿A qué profundidad se ve una moneda que está en el fondo de una piscina de profundidad *H*? El coeficiente de refracción del agua vale 1,33.

Sol.-
La moneda parecerá que está a una profundidad menor a *H*. Sea esa profundidad: *h*. *Figura (4.1)*

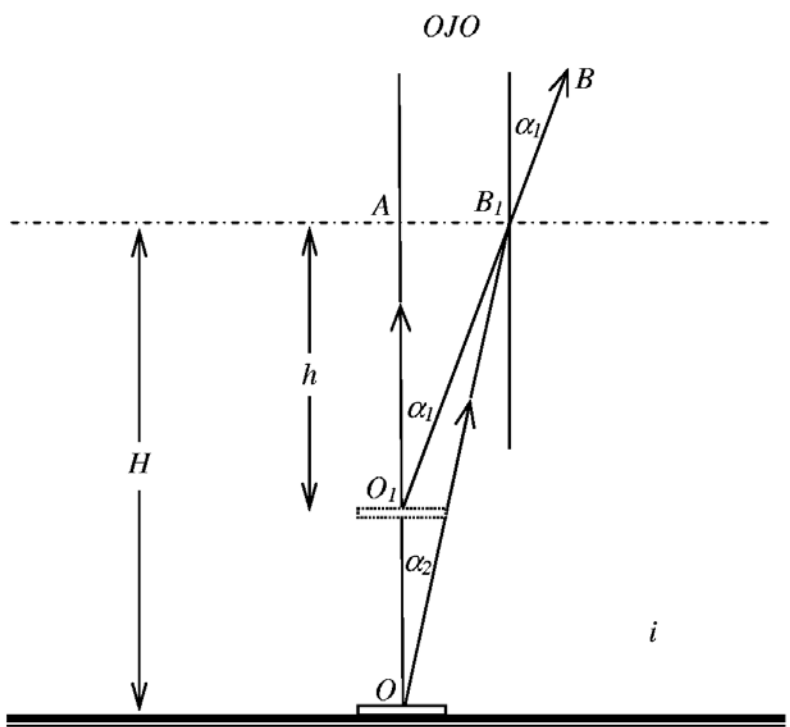


GRÁFICO 4.1

Notemos que en el *gráfico (4.1)* el rayo *OA* no se refracta por que es vertical, mientras que el rayo OB_1B se refracta. Supongamos que estos dos rayos divergentes llegan al OJO humano, el ojo ve la imagen de la moneda en el punto donde se cortan los rayos divergentes *AO* y BB_1, es decir, en el punto O_1. De la *figura (4.1)* se ve que la distancia que buscamos *h* está relacionada con la profundidad *H* según la relación:

$$(h)\tan(\alpha_1) = (H)\tan(\alpha_2) \qquad (4.1)$$

De donde

$$h = H\frac{\tan(\alpha_2)}{\tan(\alpha_1)} \qquad (4.2)$$

Notemos que los ángulos α_1 y α_2 son pequeños por lo tanto podemos utilizar la relación valida para ángulos pequeños:

$$\tan(\alpha) \approx \sin(\alpha) \qquad (4.3)$$

Por lo tanto reemplazando (4.3) en la relación (4.2) para cada ángulo:

$$h = H\frac{\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_1)} \qquad (4.4)$$

La *ley de refracción* se escribe como:

$$(n_{Agua})\sin(\alpha_2) = (n_{Aire})\sin(\alpha_1) \qquad (4.4)$$

Donde

$$n_{Aire} = 1$$
$$n_{Agua} = 1{,}33 \qquad (4.5)$$

Finalmente:

$$h = H\frac{\sin(\alpha_2)}{\sin(\alpha_1)} = H\frac{1}{1{,}33}$$

Es decir si por ejemplo $H = \mathbf{1{,}33}\ [m]$ entonces $h = \mathbf{1}[m]$

3º de Secundaria

SOLUCIÓN: PARTE CONCEPTUAL (40%)

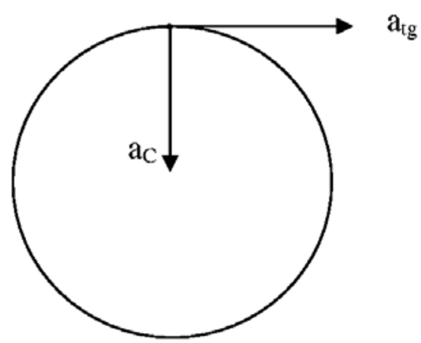
1. ¿Cuáles son las leyes de Kepler? Grafique donde sea necesario.

Sol.- Johannes Kepler (1571 – 1630) analizo e interpreto como asistente de Tycho Brahe (1546 – 1601) los datos acumulados por este por más de veinte años descubriendo regularidades importantes en el movimiento planetario. Sus resultados son conocidos hoy en día como las leyes de Kepler:

Ley de las órbitas: *Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas con el Sol en uno de sus focos*
Ley de las áreas: *La línea que une a un planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.*
Ley de los periodos: *El cuadrado del periodo de cualquier planeta en torno al Sol es proporcional al cubo de la distancia promedio del planeta al Sol.*

2. Dibuje en un punto cualquiera de un círculo los vectores *aceleración centrípeta* y *aceleración tangencial.*

Sol.-

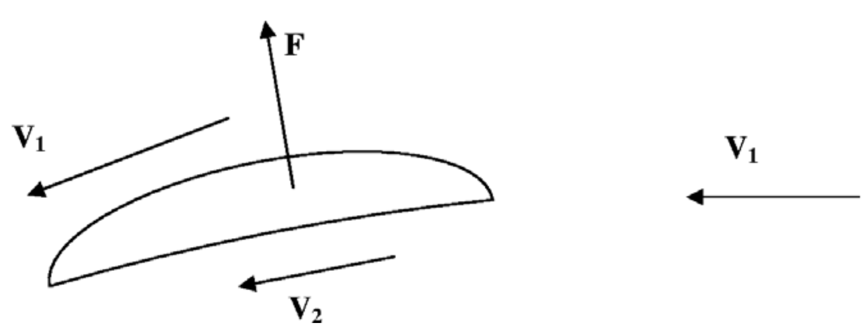


3. ¿Se cumple la *ley de Arquímedes* dentro de una nave cósmica? Explique.

Sol.-
La *ley de Arquímedes* resalta el hecho de que debido a la diferencia de las densidades de un cuerpo dado y un líquido (tomando volúmenes iguales) se requieren diferentes trabajos para levantarlos a una misma altura. En el estado de imponderabilidad (ausencia de gravedad) la diferencia entre los mencionados trabajos no debe existir, ya que el trabajo para levantar un cuerpo como el trabajo para levantar un volumen igual de líquido es nulo. En resumen en ese estado sobre un cuerpo sumergido en un líquido no existe la fuerza de empuje.

4. Explique, usando la *ecuación de continuidad* y la *ecuación de Bernoulli*, por que las alas de los aviones o de los pájaros experimentan una fuerza ascensional hacia arriba la que facilita su vuelo.

Sol.-



El ángulo de ataque del ala produce una desviación del aire hacia abajo. De la tercera ley de Newton, la reacción a esta fuerza descendente del ala sobre el aire es una fuera ascendente **F**, o empuje, ejercida por el aire sobre el ala.

Encima del ala, en el punto *1* las líneas de flujo están más concentradas que lo que están por debajo del ala, en el punto *2*, Por lo tanto $\mathbf{V_1 > V_2}$ ya que la cantidad de aire que entra por la derecha al ala debe ser la misma cantidad de aire que sale finalmente por la izquierda (principio de continuidad) y, de la ecuación de Bernoulli $p_1 < p_2$, lo que debe ocurrir si ha de haber un empuje ascendente, responsable de facilitar el vuelo.

5. ¿Qué *leyes de conservación* conoce? ¿Qué nos dice cada una de ellas? De un ejemplo de cada una.

Sol.-

Para cualquier sistema cerrado (aislado) se pueden indicar algunas magnitudes físicas como la energía o el momentum cuyos valores numéricos no varían con el tiempo, o, como se dice, se conservan.

Ley de Conservación de la Energía

La energía de un sistema aislado, cualesquiera sean las transformaciones de este sistema, no varía. La energía puede pasar de una forma a otra, pero si se tienen en cuenta todas las formas de energía en las cuales el sistema aislado existe en el instante dado, y sumar sus expresiones numéricas, resulta que para cualquier instante esta suma debe permanecer constante. Esta tesis se denomina *ley de la conservación de la energía*.

Según la física teórica, la ley de la conservación de la energía es una consecuencia de la suposición natural sobre la homogeneidad del tiempo, es decir, de la independencia de las leyes naturales respecto del instante, en el que Ud. empieza a verificarlas. Se supone que todos los instantes son equivalentes.

Como ejemplo de la conservación de la energía podemos citar a las oscilaciones de un péndulo donde la energía cinética se transforma en energía potencial.

Ley de Conservación del Momentum

La otra ley conocida es la de conservación de la cantidad de movimiento o momentum $\vec{p} = m\vec{v}$. Esta ley es una consecuencia de la homogeneidad del espacio, o sea, de la independencia de las leyes de la naturaleza respecto del punto concreto del espacio donde ellas se manifiestan.

A diferencia de la energía que es una cantidad escalar, el momentum es una cantidad vectorial, por eso la conservación del momentum o impulso significa la invariabilidad no solo de su valor numérico, sino también de su dirección.

La ley de la conservación del impulso, igual que la de la conservación de la energía, es una ley de conservación precisa (absoluta) que siempre para todas las interacciones es justa. Por ahora no se ha descubierto ni un solo fenómeno en el cual no su cumpliera estas leyes de conservación. Al contrario, la firme creencia en las leyes de conservación de la energía y del momentum permite en muchos experimentos indirectos pronosticar la existencia de partículas nuevas mucho antes de que éstas se descubran en experimentos directos.

Ley de Conservación del Momentum Angular

Esta ley es una consecuencia de la isotropía del espacio, es decir, de la equivalencia de todas sus direcciones.

Figúrese que usted está dando vueltas por encima de su cabeza, en plano horizontal, a una pesa de masa *m* amarrada al extremo de una cuerda de longitud *r*. La velocidad con que la pesa se mueve por la circunferencia es igual a *v*. En este caso, usted advierte (por la fuerza con que reacciona sobre la mano la cuerda con la masa) que el estado de rotación depende tanto de la velocidad de movimiento como de la longitud de la cuerda. Como característica de la rotación se considera la magnitud *mvr*, la cual se llama *momentum angular* de la pesa respecto del eje vertical que pasa por la mano.

El momentum angular es también una cantidad vectorial.

Ley de Conservación de la carga eléctrica

Al electrizar cuerpos por frotamiento, éstos adquieren cargas eléctricas de magnitudes iguales y de signos contrarios, cuya suma es igual a cero, es decir, a la carga sumaria inicial de ambos cuerpos antes de la electrización. Lo mismo sucede durante la electrización por influencia o inducción.

De todos los cálculos relacionados con la transmisión de la carga eléctrica de un cuerpo a otro usted siempre considera que la carga sumaria permanece invariable.

Ley de Conservación de la paridad

Las interacciones fuertes y electromagnéticas se caracterizan por la conservación de la magnitud cuántica – mecánica específica que se denomina *paridad de la función de onda*.

Resulta que la función de onda $\Psi(x, y, z)$ que describe el estado de un núcleo atómico o de una partícula elemental posee una propiedad que representa una especie de simetría tal que se cumple $\Psi(x, y, z) = \Psi(-x, -y, -z)$ o bien cambia solo de signo: $-\Psi(x, y, z) = \Psi(-x, -y, -z)$. Las funciones de primer tipo son llamadas *pares* y las funciones de segundo tipo son *impares*. Algunos estados del núcleo atómico son pares y otros son impares.

La conservación de la paridad en las interacciones fuertes y electromagnéticas significa que el carácter de paridad de la función de onda que describe la partícula que está en interacción no varía en estas interacciones. Es decir si una función es impar en el instante inicial se mantendrá impar en los sucesivos momentos de tiempo.

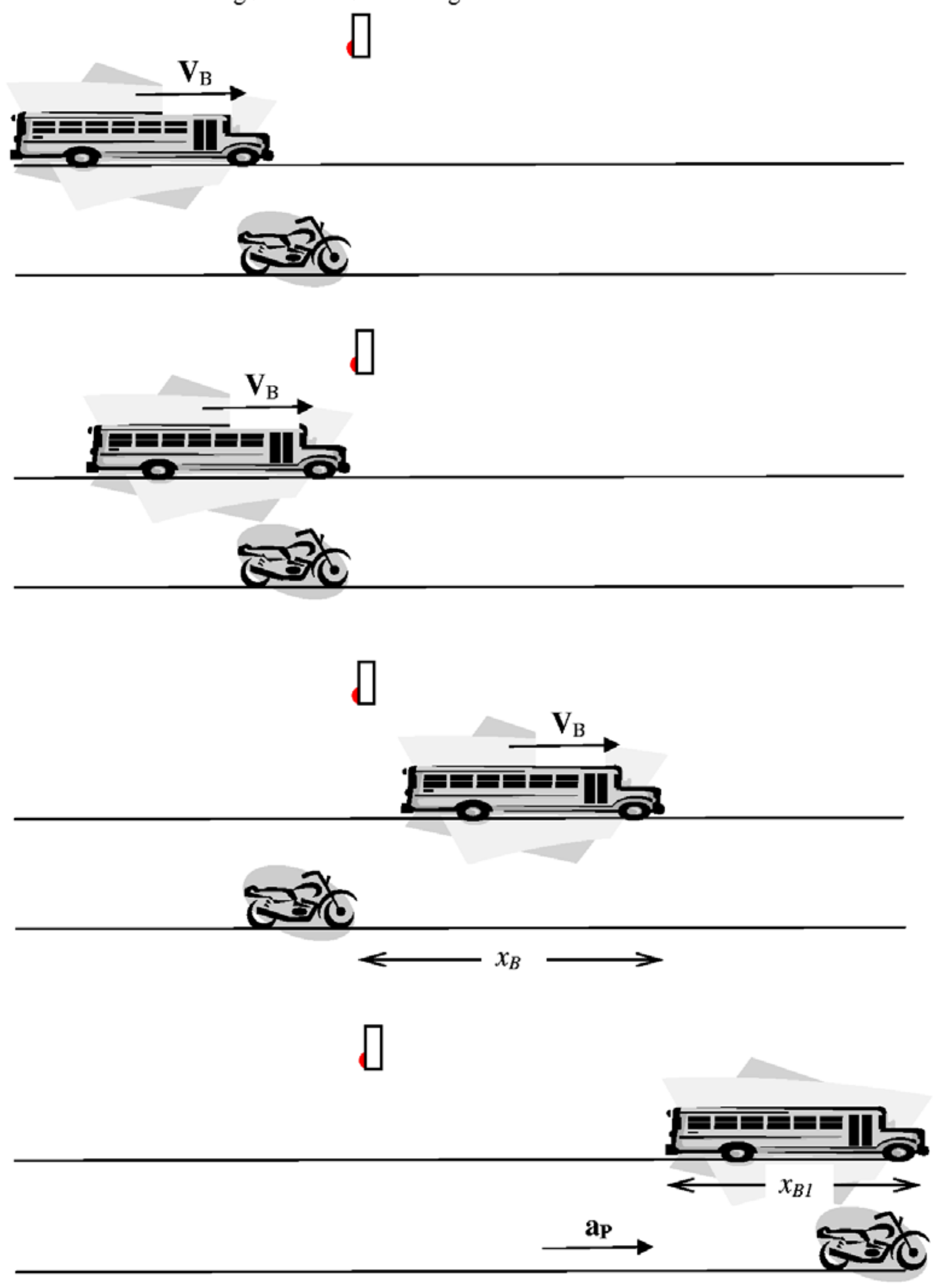
Ley de Conservación del espín isotópico

Es una ley de conservación que es valida solo para las interacciones fuertes (nucleares) e indica que la identidad de las propiedades del protón y del neutrón puede ser descrita con ayuda de un vector cuántico – mecánico conocido como el espín isotópico el cual tiene valores iguales para ambos nucleones.

SOLUCIÓN: PARTE PRÁCTICA (60%)

1. Un auto policial está detenido en un semáforo. Un auto particular que viaja a velocidad constante de 10[*m/s*] pasa al auto policía, cruzando por supuesto, la luz roja. Tres segundos después el auto policía parte con una aceleración constante de 2.28 [m/s^2], para alcanzar al carro infractor. ¿En cuánto tiempo alcanzará el policía al carro infractor?

Sol.- Veamos la siguiente secuencia de gráficos:



Ahora como la velocidad inicial de la Policía V_P es nula, entonces:

Ahora como la velocidad inicial de la Policía V_P es nula, entonces:

$$x_P = \frac{1}{2}at^2 \qquad (1.1)$$

La siguiente relación es evidente de la figura:

$$x_P = x_B + x_{B1} \qquad (1.2)$$

De igual modo de la relación más básica de la cinemática (cuando no existe cambio en la velocidad):

$$V = \frac{Espacio}{Tiempo} \qquad (1.3)$$

Despejamos el espacio:

$$x_{B1} = V_B t \qquad (1.4)$$

Ecuación que se cumple para cualquier tiempo:

$$x_B = V_B \times 3 \qquad (1.5)$$

Reemplazando (1.1), (1.4) y (1.5) en (1.2):

$$\frac{1}{2}at^2 = 3V_B + V_B t$$

Rescribiendo esta última expresión:

$$\frac{1}{2}at^2 - V_B t - 3V_B = 0$$

Cuya solución es fácil de hallar:

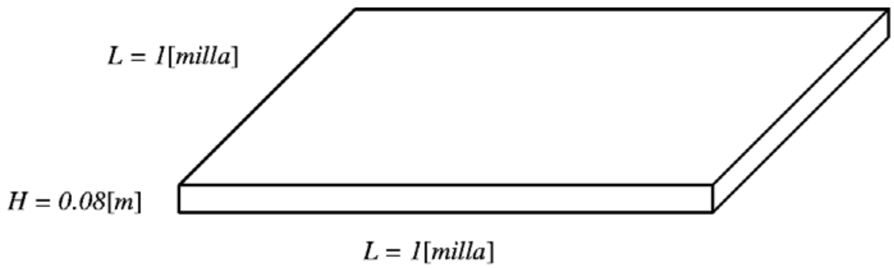
$$t = \frac{-(-V_B) \pm \sqrt{(-V_B)^2 - 4\left(\frac{1}{2}a\right)(-3V_B)}}{2\left(\frac{1}{2}a\right)}$$

Finalmente reemplazando datos hallamos que $t = 11{,}1$ [s] (El tiempo negativo no se lo toma en cuenta)

2. Durante una fuerte tormenta se registro una lluvia de 0.08 [m]. ¿Qué cantidad de agua cayo en una milla cuadrada? Exprese su resultado en litros. (Ayuda: 1 [$milla$] = 1,609 [Km], 1[m^3] = 1000 [lt])

   Sol.-

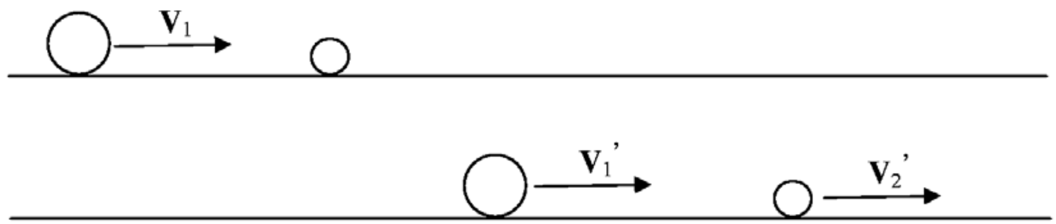
   Lo que se debe calcular es el volumen de agua caída en un gran recipiente rectangular



$$V = (H)(L)(L) = 0{,}08[m] \times 1[milla]^2 \times \frac{(1{,}609[Km])^2}{1[milla]^2} \times \frac{(10^3[m])^2}{(1[Km])^2} \times \frac{1[lt]}{1[m]^3} = 2{,}1 \times 10^8[lt]$$

3. Un cuerpo de masa 2,0 $[Kg]$ efectúa un choque elástico contra otro cuerpo que está en reposo y después sigue moviéndose en el sentido que llevaba originalmente pero con una velocidad de la cuarta parte. ¿Cuál es la masa del cuerpo que recibió el golpe?

Sol.-



En un choque elástico el Momentum se conserva:

$$m_1V_1 + m_2V_2 = m_1V_1' + m_2V_2'$$

y

$$V_2 = 0$$

$$V_1' = \frac{1}{4}V_1$$

Entonces

$$m_2V_2' = \frac{3}{4}m_1V_1 \qquad (3.1)$$

Además como el choque es elástico se cumple que

$$V_2' - V_1' = V_1 - V_2$$

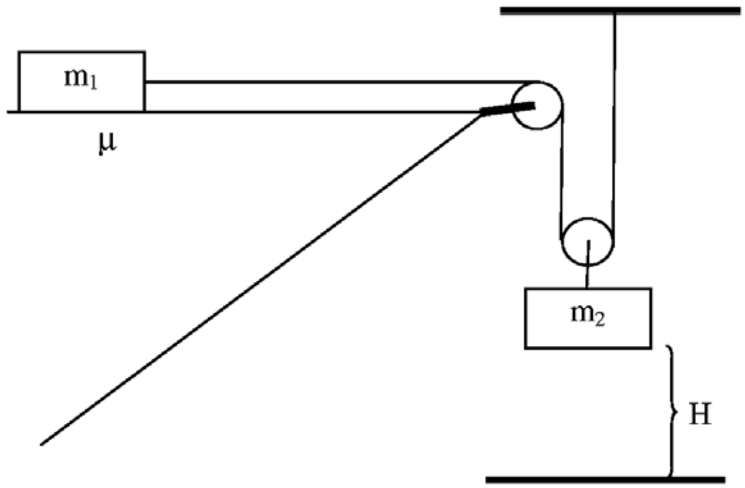
$$V_2' - \frac{1}{4}V_1 = V_1 - 0$$

$$V_2' = \frac{5}{4}V_1 \qquad (3.2)$$

Reemplazando la ecuación (3.2) en la ecuación (3.1) y colocando datos:

$$m_2 \frac{5}{4} V_1 = \frac{3}{4} m_1 V_1$$
$$m_2 = \frac{3}{5} m_1 = \frac{3}{5}(2)[Kg] = 1{,}2[Kg]$$

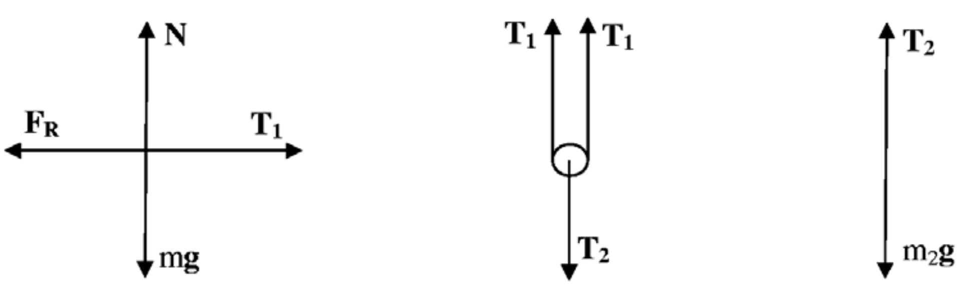
4. Sea el siguiente sistema dinámico ¿En cuanto tiempo la masa $m_2 = 2$ [*Kg*] llegará a tocar el piso? H = 87 [*cm*], $m_1 = 1{,}2$ [*Kg*], $\mu = 0{,}77$, $v_o = 0$ [*m/s*]. Desprecie las masas de las poleas y de los hilos.



Sol.-

Lo importante es notar que las dos masas se mueven a aceleraciones distintas debido a que la distancia que avanza la masa m_1 en el tiempo t es distinta a la distancia que avanza la masa m_2 en el mismo tiempo t, en realidad la masa m_2 se mueve la mitad de la distancia que recorre la masa m_1 (el hilo uno se divide en dos por la polea móvil).

Realicemos un diagrama de cuerpo libre para la masa m_1, para la polea móvil y para la masa m_2:



De cuyos diagramas podemos escribir las ecuaciones:

$$\begin{aligned} N - m_1 g &= 0 \\ T_1 - F_R &= m_1 a_1 \end{aligned} \quad (4.1) \qquad \begin{aligned} 2T_1 - T_2 &= m_{Polea} a_2 = 0 \\ 2T_1 &= T_2 \end{aligned} \quad (4.2) \qquad T_2 - m_2 g = -m_2 a_2 \quad (4.3)$$

Note que como la masa de la polea m_{Polea} es despreciable entonces directamente: $m_{Polea} = 0$
Sabemos además que la fuerza de rozamiento es:

$$F_R = \mu N \tag{4.4}$$

De la ecuación (4.1.a):

$$N = mg \tag{4.5}$$

Reemplazando la ecuación (4.5) en la ecuación (4.4):

$$F_R = \mu m_1 g \tag{4.6}$$

Reemplazando la ecuación (4.6) en la ecuación (4.1.b):

$$T_1 - \mu m_1 g = m_1 a_1 \tag{4.7}$$

Ahora reemplazando la ecuación (4.2) en la ecuación (4.3):

$$2T_1 - m_2 g = -m_2 a_2 \tag{4.8}$$

Realicemos un análisis cinemático del movimiento de las masas. Tenemos como dato que el sistema empieza su movimiento desde el reposo, esto es $v_o = 0$ [*m/s*]. Entonces podemos escribir que la distancia que avanza la masa m_1 en el tiempo t es:

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \tag{4.9}$$

En el mismo tiempo la masa m_2 avanza una distancia x_2:

$$x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \tag{4.10}$$

Pero note que:

$$x_1 = 2x_2 \tag{4.11}$$

Si reemplazamos las ecuaciones (4.9) y (4.10) en la ecuación (4.11) y simplificamos obtenemos que

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} a_1 t^2 &= a_2 t^2 \\ a_1 &= 2a_2 \end{aligned} \tag{4.12}$$

O sea la masa m_1 se mueve al doble de aceleración que la masa m_2.

Ahora reemplazando la ecuación (4.12) en la ecuación (4.7)

$$T_1 - \mu m_1 g = 2m_1 a_2 \tag{4.13}$$

Multiplicando esta ecuación (4.13) por *2*:

$$2T_1 - 2\mu m_1 g = 4m_1 a_2 \tag{4.14}$$

Rescribiendo la ecuación (4.8):

$$2T_1 - m_2 g = -m_2 a_2 \tag{4.8}$$

Restando la ecuación (4.14) – la ecuación (4.8):

$$2T_1 - 2\mu m_1 g - 2T_1 - (-m_2 g) = 4m_1 a_2 - (-m_2 a_2)$$
$$m_2 g - 2\mu m_1 g = (4m_1 + m_2)a_2$$
$$a_2 = \left(\frac{m_2 - 2\mu m_1}{4m_1 + m_2}\right)g$$

$$a_2 = \left(\frac{m_2 - 2\mu m_1}{4m_1 + m_2}\right)g = \left(\frac{2 - 2(0.77)(1,2)}{4(1,2) + 2}\right)9,775 = 0,2185\left[\frac{m}{s^2}\right] \tag{4.15}$$

Nota: El valor de la gravedad en la ciudad de La Paz y a nivel del Mar:

$$g_{LaPaz} = 9,775\left[\frac{m}{s^2}\right], \qquad g_{ValorExactoANivelDelMar} = 9,80665\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

Ahora para calcular el tiempo total de caída de la masa m_2 usemos la relación cinemática:

$$H = \frac{1}{2}a_2 {t_T}^2$$

de donde

$$t_T = \sqrt{\frac{2H}{a_2}} = \sqrt{\frac{(2)(0,87[m])}{0,2185[ms^{-2}]}} = 2,82[s]$$

4º de Secundaria

SOLUCIÓN: PARTE CONCEPTUAL (40%)

1. ¿Cuáles son los conceptos y las unidades de:
   Campo Eléctrico $\left[\frac{V}{m}\right]=\left[\frac{N}{C}\right]$, *Momentum Dipolar Eléctrico* $\left[Kg\frac{m}{s}\right]$, *Densidad de energía del Campo Eléctrico* $\left[\frac{J}{m^3}\right]$, *Presión* $[Pa]\equiv\left[\frac{N}{m^2}\right]\equiv[atm]$, *Momentum Angular* $\left[Kg\frac{m^2}{s}\right]$ e *Inercia* $\left[Kgm^2\right]$?
2. De un ejemplo de:
   - procesos *reversibles, irreversibles, adiabáticos e isotérmicos*
   - aplicación de la *1ª* y *2ª ley de la Termodinámica*
3. Explique que es el *ciclo de Carnot*
4. ¿Qué *leyes de conservación* conoce? ¿Qué nos dice cada una de ellas? De un ejemplo de cada una.

   Sol.-

   Ver la respuesta en el examen de 3º de Secundario, pregunta conceptual #5

5. ¿Cómo se puede calcular la *energía cinética de rotación* de una esfera girando por un eje fijo?

   Sol.- Calculando la relación ***mvr*** donde ***m*** es la masa de la esfera, ***v*** es su velocidad tangencial y ***r*** es la distancia desde el eje hasta la posición de la masa

4º de Secundaria

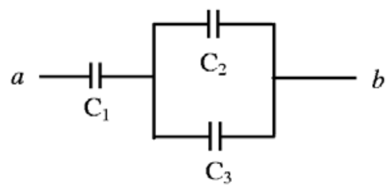
SOLUCIÓN: PARTE PRÁCTICA (60%)

1. Sea el siguiente sistema dinámico ¿En cuánto tiempo la masa $m_2 = 8$ [*Kg*] llegará a tocar el piso? H = 56 [*cm*], $m_1 = 5{,}2$ [*Kg*], $\mu = 0{,}67$, $v_o = 0$ [*m/s*]. Desprecie las masas de las poleas y de los hilos.

   Sol.-

   Ver la solución en el examen de 3º de Secundario, pregunta conceptual #4

2. En la siguiente disposición de capacitores $C_1 = 3$ [μF], $C_2 = 2$ [μF], $C_3 = 4$ [μF]. El voltaje aplicado entre los puntos *a* y *b* es de 300 [*V*]. Hallar:
   c. La carga y la diferencia de potencial de cada capacitor
   d. La energía del sistema

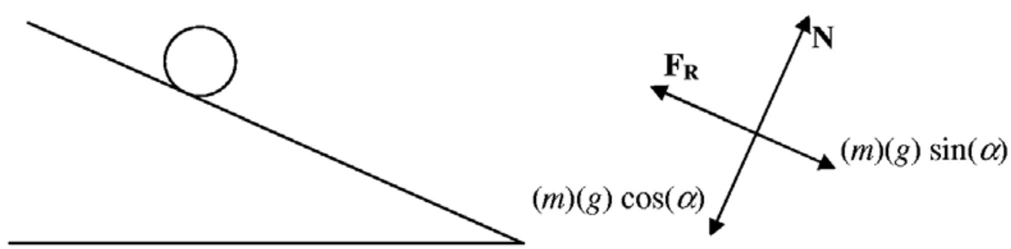


Respuestas.-

a. $C_1 = 6 \times 10^{-4}$ [C], 200 [V]; $C_2 = 2 \times 10^{-4}$ [C], 100[V]; $C_3 = 4 \times 10^{-4}$ [C], 100[V]
b. Energía $= 9 \times 10^{-2}$ [J]
Demuéstralas!

3. Demostrar que un cilindro resbalará sobre un plano que forma un ángulo α con la horizontal, si el coeficiente de rozamiento estático entre el plano y el cilindro es menor que (1/3) tan(α). (Ayuda: El momento de Inercia del cilindro es: $I=MR^2/2$, siendo M su masa y R su radio).

   Sol.-



$$I = \frac{1}{2}MR^2 \qquad (3.1)$$

$$\alpha = \frac{a}{R} \qquad (3.2)$$

$$F_R = \mu N \qquad (3.3)$$

$$N = (m)(g)\cos(\alpha) \qquad (3.4)$$

$$(m)(g)\sin(\alpha) - F_R = ma \qquad (3.5)$$

$$\tau = I\alpha \qquad (3.6)$$

$$\tau = F_R R \qquad (3.7)$$

Reemplazando la ecuación (3.4) en la ecuación (3.3):

$$F_R = (\mu mg)\cos(\alpha) \tag{3.8}$$

Reemplazando la ecuación (3.8) en la ecuación (3.5):

$$(m)(g)\sin(\alpha) - (\mu mg)\cos(\alpha) = ma \tag{3.9}$$

Reemplazando la ecuación (3.7), (3.8) y la ecuación (3.1) en la ecuación (3.6):

$$\begin{aligned} F_R R &= \frac{1}{2} m R^2 \frac{a}{R} = \frac{1}{2} mRa \\ (\mu mg)\cos(\alpha) R &= \frac{1}{2} mRa \end{aligned} \tag{3.10}$$

Multiplicando la ecuación (3.9) por $\frac{R}{2}$:

$$(m)(g)\sin(\alpha)\frac{R}{2} - (\mu mg)\cos(\alpha)\frac{R}{2} = ma\frac{R}{2} \tag{3.11}$$

Restando la ecuación (3.10) de la ecuación (3.11):

$$mg\sin(\alpha)\frac{R}{2} - \mu mg\cos(\alpha) R\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

de donde finalmente hallamos que $\mu = 3\tan(\alpha)$

Es decir si el coeficiente μ es menor a este valor no existirá torque y en consecuencia el cilindro resbalará.