

## SOBRE UN PUNTO DE VISTA HEURÍSTICO CONCERNIENTE A LA PRODUCCIÓN Y TRANSFORMACIÓN DE LA LUZ <sup>1</sup>

Albert Einstein

Berna, 17 de Marzo de 1905

Existe una diferencia formal y profunda entre los conceptos teóricos que los físicos han creado sobre los gases y otros cuerpos ponderables, y la teoría de Maxwell de los procesos electromagnéticos en el —así llamado— espacio vacío. Mientras que consideramos al estado de un cuerpo completamente determinado por las posiciones y velocidades de un número muy grande, pero finito, de átomos y electrones, nos servimos por otro lado de funciones espaciales continuas para la determinación del estado electromagnético en cierto volumen, de tal manera que un número finito de parámetros no se puede considerar suficiente para una determinación completa de dicho estado. Según la teoría de Maxwell, la energía se debe interpretar como una función espacial continua para todos los fenómenos puramente electromagnéticos, incluida la luz, mientras que la energía de un objeto ponderable se interpreta, según las concepciones actuales de los físicos, como una suma que se extiende sobre todos los átomos y electrones. La energía de un cuerpo ponderable no puede descomponerse en cualquier número de partículas o en un número de partículas arbitrariamente pequeñas, mientras que según la teoría de Maxwell (o, en general, según toda teoría ondulatoria) la energía de un haz de luz emitido por una fuente puntual se distribuye de manera continua en un volumen cada vez mayor.

La teoría ondulatoria de la luz, que opera con funciones espaciales continuas, ha demostrado representar bien los fenómenos ópticos puros y probablemente nunca sea sustituida por otra teoría. Sin embargo, debe tenerse presente que las observaciones ópticas se refieren a promedios temporales en lugar de valores instantáneos. En lugar de una comprobación íntegra de esta teoría tal como se aplica a los fenómenos de difracción, reflexión, refracción, dispersión, etc., es concebible que la teoría de la luz, que opera con funciones continuas en el espacio, pueda conducir a contradicciones con la experiencia cuando se aplica a los fenómenos de emisión y transformación de luz.

Me parece que las observaciones sobre la radiación del cuerpo negro, la fluorescencia, la producción de rayos catódicos por luz ultravioleta y otros fenómenos concernientes a la emisión o transformación de luz, se entienden mejor bajo la suposición de que la energía de la

luz está distribuida de manera discontinua en el espacio. Según la suposición que se propone hacer en este trabajo, la energía de un haz de luz que se propaga desde una fuente puntual no se distribuye continuamente en un espacio creciente, sino que consiste de un número finito de cuantos de energía localizados en puntos del espacio, los cuales se mueven sin dividirse y sólo se pueden producir o absorber como unidades completas.

A continuación deseo exponer la línea de razonamiento y los hechos que me han conducido a este punto de vista, con la esperanza de que ello pueda ser útil para algunos investigadores en sus estudios.

### 1. SOBRE UNA DIFICULTAD CONCERNIENTE A LA TEORÍA DE LA RADIACIÓN DEL CUERPO NEGRO

Comencemos por considerar el siguiente caso dentro del contexto de la teoría de Maxwell y la teoría del electrón. En un espacio cerrado comprendido entre paredes perfectamente reflejantes se encuentra un número de moléculas gaseosas y electrones que se pueden mover libremente y ejercen fuerzas conservativas mutuas cuando están próximas entre sí; esto es, pueden chocar entre sí como moléculas de acuerdo a la teoría cinética de los gases (<sup>2</sup>). Más aún: supongamos un cierto número de electrones que están ligados a puntos del espacio muy distantes entre sí, por medio de fuerzas proporcionales a las distancias de los electrones a estos puntos. Estos electrones también participan en interacciones conservativas con las moléculas y demás electrones libres cuando éstos se aproximan mucho. Llamaremos “resonadores” a estos electrones ligados y supondremos que emiten y absorben ondas electromagnéticas con periodos determinados.

De acuerdo a la concepción actual sobre la producción de la luz, la radiación en el espacio considerado (la cual existe, según la teoría de Maxwell, en el caso de equilibrio dinámico) debe ser idéntica a la radiación del cuerpo negro, al menos si los resonadores de todas las frecuencias relevantes están disponibles.

Prescindamos por lo pronto de la radiación emitida y absorbida por los resonadores y preguntemos acerca

<sup>1</sup> Traducción realizada por el Ing. Edgar Ricaldi Yarvi a partir de “Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”, A. Einstein, en *Annalen der Physik* (Leipzig, 1905), p. 132.

<sup>2</sup> Esta suposición equivale a la condición de que las energías cinéticas promedio de las moléculas gaseosas y los electrones sean iguales entre sí en equilibrio térmico. Con ayuda de esta última condición, Drude derivó teóricamente, como es conocido, el cociente entre las conductividades térmica y eléctrica de los metales.

de la condición de equilibrio dinámico asociado a las interacciones (o colisiones) de moléculas y electrones. La teoría cinética de los gases asegura que la energía cinética media de un electrón oscilador debe ser igual a la energía cinética media de traslación de una molécula gaseosa. Si descomponemos el movimiento de un electrón oscilador en sus tres componentes ortogonales, encontramos el valor medio  $\langle E \rangle$  de la energía de una de tales componentes lineales:

$$\langle E \rangle = (R/N)T,$$

donde  $R$  es la constante universal de los gases. El símbolo  $N$  denota el número de "moléculas reales" en un equivalente gramo y  $T$  es la temperatura absoluta. La energía  $\langle E \rangle$  es igual a dos tercios de la energía cinética de una partícula de un gas monoatómico a causa de la igualdad del valor medio temporal de las energías cinética y potencial del oscilador. Si por una causa cualquiera —procesos de radiación en nuestro caso— ocurriera que la energía de un resonador tuviera un valor medio temporal mayor o menor que  $\langle E \rangle$ , entonces las colisiones con los electrones libres y las moléculas conducirían a ganancias o a pérdidas de energía del gas, en promedio, distintas de cero. Por lo tanto, en el caso que consideramos, el equilibrio dinámico sólo es posible cuando cada oscilador posea la energía promedio  $\langle E \rangle$ .

A continuación presentaremos un argumento similar con relación a la interacción de los osciladores con la radiación existente en la cavidad. Planck <sup>(3)</sup> ha derivado la condición de equilibrio dinámico para este caso bajo la suposición de que la radiación se puede considerar como un proceso completamente aleatorio <sup>(4)</sup>. Él encontró que

$$\langle E \rangle_\nu = (L^3/8\pi\nu^2) \rho_\nu,$$

<sup>3</sup>M. Planck, Ann. d. Phys. **1**, p. 99, 1900.

<sup>4</sup>Esta suposición se puede formular de la siguiente manera. Desarrollamos la componente  $z$  de la fuerza eléctrica ( $Z$ ) en una serie de Fourier en un punto cualquiera del espacio durante el intervalo temporal entre  $t = 0$  y  $t = T$  (donde  $T$  es un tiempo muy grande con relación a los períodos de las demás oscilaciones), de tal forma que  $A_\nu \geq 0$  y  $0 \leq \alpha_\nu \leq 2\pi$ :

$$Z = \sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu \sin(2\pi\nu t/T + \alpha_\nu).$$

Si se piensa que esta expansión se puede hacer en un punto dado del espacio en instantes cualesquiera escogidos al azar, entonces se obtiene varios conjuntos de valores para  $A_\nu$  y  $\alpha_\nu$ . Así, para la frecuencia de ocurrencia de los distintos conjuntos de valores de  $A_\nu$  y  $\alpha_\nu$ , existen probabilidades (estadísticas)  $dW$  de la forma

$$dW = f(A_1, A_2, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots) dA_1 dA_2 \dots d\alpha_1 d\alpha_2 \dots$$

La radiación será entonces tan desordenada como se pueda concebir si

$$f(A_1, A_2, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots) = F_1(A_1)F_2(A_2)\dots f_1(\alpha_1)f_2(\alpha_2)\dots,$$

esto es, si la probabilidad de un valor determinado de  $A$  o  $\alpha$  es independiente de otros valores de estas variables. Mientras mejor se satisfaga esta condición (i.e., que los pares individuales de valores  $A_\nu$  y  $\alpha_\nu$  dependan de los procesos de emisión y absorción de grupos específicos de osciladores), la radiación en cuestión se aproximará más a un estado perfectamente aleatorio.

donde  $\langle E \rangle_\nu$  es la energía media (por grado de libertad) de un oscilador con frecuencia propia  $\nu$ ,  $L$  es la velocidad de la luz,  $\nu$  es la frecuencia, y  $\rho_\nu d\nu$  es la energía por unidad de volumen de esa porción de radiación con frecuencia entre  $\nu$  y  $\nu + d\nu$ .

Si la energía de la radiación de frecuencia  $\nu$  no crece o decrece de manera continua, entonces debe cumplirse

$$(R/N)T = \langle E \rangle = \langle E \rangle_\nu = (L^3/8\pi\nu^2) \rho_\nu, \\ \rho_\nu = (R/N) (8\pi\nu^2/L^3) T.$$

Estas relaciones, encontradas como condiciones del equilibrio dinámico, no solamente fallan al compararse con los experimentos, sino que también indican que en nuestro modelo no se puede hablar de una distribución determinada de energía entre éter y materia. Mientras más amplio sea el rango de frecuencias de los osciladores, mayor será la energía de la radiación del espacio, y en el límite al infinito obtendremos

$$\int_0^\infty \rho_\nu d\nu = \left(\frac{R}{N}\right) \left(\frac{8\pi}{L^3}\right) T \int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty.$$

## 2. SOBRE LA DETERMINACIÓN DE PLANCK DE LAS CONSTANTES FUNDAMENTALES

Queremos mostrar a continuación que la determinación de las constantes fundamentales dada por Planck es, hasta cierto grado, independiente de su teoría de la radiación del cuerpo negro.

La fórmula de Planck <sup>(5)</sup> que hasta ahora ha probado ser adecuada, da para  $\rho_\nu$ :

$$\rho_\nu = \frac{\alpha\nu^3}{e^{\beta\nu/T} - 1}, \\ \alpha = 6,10 \times 10^{-56}, \\ \beta = 4,866 \times 10^{-11}.$$

Para valores grandes de  $T/\nu$ , es decir, para grandes longitudes de onda y densidades de radiación, esta fórmula se convierte en

$$\rho_\nu = (\alpha/\beta)\nu^2 T.$$

Se reconoce que esta expresión coincide con aquella de la sección 1, desarrollada a partir de la teoría de Maxwell y de la teoría del electrón. Igualando los coeficientes de ambas fórmulas se obtiene

$$(R/N)(8\pi/L^3) = \alpha/\beta,$$

de donde

$$N = (\beta/\alpha)(8\pi R/L^3) = 6,17 \times 10^{23}.$$

Esto significa que un átomo de hidrógeno pesa  $1/N$  gramos, i.e.,  $1,62 \times 10^{-24}$  g. Este es exactamente el va-

<sup>5</sup>M. Planck, Ann. d. Phys. **4**, p. 561, 1901.

encontrado por Planck, lo que está de acuerdo con el valor encontrado por otros métodos para dicha cantidad.

Llegamos pues a la siguiente conclusión: mientras mayor sea la densidad de energía y la longitud de onda de la radiación, más útiles resultan ser los principios teóricos utilizados; sin embargo, para longitudes de onda cortas y pequeñas densidades de radiación estos principios fracasan totalmente.

A continuación consideraremos los hechos experimentales concernientes a la radiación del cuerpo negro sin invocar algún modelo particular sobre la producción y propagación de la radiación.

### 3. SOBRE LA ENTROPÍA DE LA RADIACIÓN

La siguiente consideración se encuentra en un famoso trabajo de W. Wien y se mencionará aquí sólo para efectos de completitud.

Supongamos que se tiene una radiación que ocupa el volumen  $v$ . Asumimos que las propiedades observables de la radiación están determinadas completamente cuando la densidad de radiación  $\rho_\nu$  está dada para todas las frecuencias <sup>(6)</sup>. Ya que las radiaciones de diversas frecuencias se consideran independientes unas de otras cuando no hay transferencia de calor o trabajo, entonces la entropía de la radiación se puede representar por

$$S = v \int_0^\infty \phi(\rho, \nu) d\nu,$$

donde  $\phi$  es una función de las variables  $\rho$  y  $\nu$ . Se puede reducir  $\phi$  a una función de una variable, estableciendo la condición de que la entropía de la radiación no se modifique durante la compresión adiabática entre paredes reflejantes. No abordaremos este problema, sino que investigaremos directamente cómo se puede calcular la función  $\phi$  a partir de la ley de radiación del cuerpo negro.

En el caso de la radiación del cuerpo negro,  $\rho$  es una función de  $\nu$  tal que para una energía dada la entropía es máxima, esto es,

$$\delta \int_0^\infty \phi(\rho, \nu) d\nu = 0,$$

siempre que

$$\delta \int_0^\infty \rho d\nu = 0.$$

De aquí sigue que para cada elección de  $\delta\rho$  como función de  $\nu$  se cumple

$$\int_0^\infty \left( \frac{\partial\phi}{\partial\rho} - \lambda \right) \delta\rho d\nu = 0,$$

<sup>6</sup>Esta suposición es arbitraria. Asumiremos como válida esta sencilla suposición si los experimentos no nos obligan a abandonarla.

donde  $\lambda$  es independiente de  $\nu$ . Por lo tanto, en el caso de la radiación del cuerpo negro,  $\partial\phi/\partial\rho$  es independiente de  $\nu$ .

Cuando la temperatura de la radiación de cuerpo negro en un volumen unitario se incrementa en  $dT$ , es válida la ecuación

$$dS = \int_0^\infty (\partial\phi/\partial\rho) d\rho d\nu,$$

o, ya que  $\partial\phi/\partial\rho$  es independiente de  $\nu$ ,

$$dS = (\partial\phi/\partial\rho) dE.$$

Ya que  $dE$  es igual al calor añadido y ya que el proceso es reversible, entonces también es válido que

$$dS = (1/T) dE.$$

Por comparación se obtiene:

$$\partial\phi/\partial\rho = 1/T.$$

Esta es la ley de la radiación del cuerpo negro. Por lo tanto, se ve que se puede deducir esta ley a partir de la función  $\phi$  y, recíprocamente, se puede deducir la función  $\phi$  por integración, tomando en cuenta que  $\phi$  desaparece para  $\rho = 0$ .

### 4. LEY ASINTÓTICA PARA LA ENTROPÍA DE LA RADIACIÓN MONOCROMÁTICA DE BAJA DENSIDAD

De las actuales observaciones sobre la radiación del cuerpo negro, está claro que la ley formulada originalmente por W. Wien,

$$\rho = \alpha\nu^3 e^{-\beta\rho/T},$$

no es exactamente válida. Sin embargo, la misma se confirmó experimentalmente para valores grandes de  $\nu/T$ . Tomemos como base esta fórmula para nuestro análisis, teniendo en cuenta que los resultados serán válidos sólo dentro de ciertos límites.

La anterior fórmula conduce inmediatamente a

$$1/T = -(1/\beta\nu) \ln(\rho/\alpha\nu^3)$$

y luego, usando la relación encontrada en la sección anterior,

$$\phi(\rho, \nu) = -\frac{\rho}{\beta\nu} \left[ \ln \left( \frac{\rho}{\alpha\nu^3} \right) - 1 \right].$$

Supongamos que tenemos radiación con energía  $E$ , cuya frecuencia se encuentra entre  $\nu$  y  $\nu + d\nu$ , dentro de un volumen  $v$ . La entropía de esta radiación es:

$$S = v\phi(\rho, \nu) d\nu = -\frac{E}{\beta\nu} \left[ \ln \left( \frac{E}{v\alpha\nu^3 d\nu} \right) - 1 \right].$$

Si nos limitamos a investigar la dependencia de la entropía del volumen ocupado por la radiación, y si denotamos por  $S_0$  a la entropía de la radiación en el volumen  $v_0$ , obtenemos

$$S - S_0 = (E/\beta\nu) \ln(v/v_0).$$

Esta ecuación muestra que la entropía de una radiación monocromática con densidad suficientemente pequeña varía con el volumen de la misma forma que lo hace la entropía de un gas ideal o de una solución diluida. En lo que sigue, esta ecuación será interpretada de acuerdo al principio introducido en la física por Boltzmann, esto es, que la entropía de un sistema es una función de la probabilidad de su estado.

## 5. INVESTIGACIÓN TEÓRICO-MOLECULAR DE LA DEPENDENCIA DE LA ENTROPÍA DE GASES Y SOLUCIONES DILUIDAS CON RESPECTO AL VOLUMEN

En el cálculo de la entropía por métodos teórico-moleculares se emplea frecuentemente la palabra “probabilidad”, en un sentido que no coincide con la definición empleada en el cálculo de probabilidades. En particular, el concepto de “gases de igual probabilidad” se ha establecido hipotéticamente con frecuencia, cada vez que los modelos teóricos que se utilizan son suficientes para permitir un proceso deductivo en lugar de realizar conjeturas. Mostraré en otro artículo que el concepto de “probabilidad estadística” es completamente adecuado para el tratamiento de los fenómenos térmicos, y espero que al hacerlo eliminaré la dificultad lógica que obstruye la aplicación del Principio de Boltzmann. Aquí, sin embargo, sólo se dará su formulación general junto con aplicaciones a casos muy especiales.

Si tiene sentido hablar de la probabilidad del estado de un sistema y, además, si cada incremento de entropía puede ser entendido como una transición hacia un estado más probable, entonces la entropía  $S_1$  de un sistema es una función de  $W_1$ , la probabilidad de su estado instantáneo. Si tenemos dos sistemas  $S_1$  y  $S_2$  que no interactúan, se puede escribir:

$$S_1 = \phi_1(W_1), \quad S_2 = \phi_2(W_2).$$

Si se considera a ambos sistemas como un único sistema con entropía  $S$  y probabilidad  $W$ , entonces

$$S = S_1 + S_2 = \phi(W) \quad \text{y} \quad W = W_1 W_2.$$

Esta última relación expresa que los estados de ambos sistemas son eventos independientes entre sí.

De estas ecuaciones sigue que

$$\phi(W_1 W_2) = \phi_1(W_1) + \phi_2(W_2),$$

y, finalmente,

$$\phi_1(W_1) = C \ln(W_1) + \text{const.},$$

$$\phi_2(W_2) = C \ln(W_2) + \text{const.},$$

$$\phi(W) = C \ln(W) + \text{const.}$$

La cantidad  $C$  es entonces una constante universal; de la teoría cinética de los gases se deduce que  $C$  tiene el valor  $R/N$ , donde las constantes  $R$  y  $N$  tienen el mismo significado que se les asignó anteriormente. Si  $S_0$  denota la entropía de un sistema en cierto estado inicial y  $W$  denota la probabilidad relativa de un estado con entropía  $S$ , entonces obtenemos en general

$$S - S_0 = (R/N) \ln W.$$

Consideremos primeramente el siguiente caso especial. En un volumen  $v_0$  se tiene un número  $n$  de puntos móviles (p.ej. moléculas), a las cuales se referirán nuestros razonamientos. Además de éstos, pueden estar presentes aun un número arbitrario de puntos móviles de cualquier tipo. No se supondrá nada sobre la ley según la cual se mueven estos puntos en el espacio, como tampoco se distinguirá ninguna dirección preferencial de este movimiento respecto a las demás. El número de puntos móviles considerados (los primeros que se mencionaron) será tan pequeño que se puede despreciar la interacción mutua entre ellos.

Al sistema en cuestión, que puede ser, por ejemplo, un gas ideal o una solución diluida, le corresponde una determinada entropía  $S_0$ . Imaginemos una parte (con volumen  $v$ ) del volumen  $v_0$  donde todos los puntos móviles  $n$  son transferidos, sin nada más que cambie en el sistema. A este estado le corresponde un valor de entropía  $S$ , y ahora queremos determinar la diferencia de entropía con ayuda del principio de Boltzmann.

A continuación nos preguntamos: ¿cuán grande es la probabilidad de este último estado en relación con el original? O: ¿cuán grande es la probabilidad de que en un instante cualquiera todos los puntos móviles independientes entre sí que estaban en un volumen  $v_0$ , se encuentren ahora aleatoriamente en el volumen  $v$ ?

Para esta probabilidad, que es una “probabilidad estadística”, es evidente que:

$$W = (v/v_0)^n.$$

Aplicando el principio de Boltzmann se obtiene:

$$S - S_0 = R(n/N) \ln(v/v_0).$$

Es notable observar que para la deducción de esta ecuación, de la que se puede derivar fácilmente la ley de Boyle-Gay-Lussac y la ley para la presión osmótica<sup>(7)</sup>, no se necesita hacer ninguna suposición sobre la ley que rige el movimiento de las moléculas.

<sup>7</sup> Si  $E$  es la energía del sistema, se obtiene:

$$-d(E - TS) = pdv = TdS = R(n/N)(dv/v);$$

por lo tanto  $pv = RT(n/N)$ .

## 6. INTERPRETACIÓN DE LA EXPRESIÓN PARA LA DEPENDENCIA DE LA ENTROPÍA DE RADIACIÓN MONOCROMÁTICA DEL VOLUMEN, DE ACUERDO CON EL PRINCIPIO DE BOLTZMANN

En la sección 4 encontramos la expresión para la dependencia de la entropía de la radiación monocromática del volumen:

$$S - S_0 = (E/\beta\nu) \ln(v/v_0).$$

Escribiendo esta ecuación de la forma

$$S - S_0 = (R/N) \ln \left[ (v/v_0)^{(N/R)(E/\beta\nu)} \right],$$

y comparándola con la expresión general del principio de Boltzmann:

$$S - S_0 = (R/N) \ln W,$$

se llega a la siguiente conclusión: si la radiación monocromática con frecuencia  $\nu$  y con energía  $E$  está encerrada (por paredes reflejantes) en el volumen  $v_0$ , entonces la probabilidad de que en un instante cualquiera toda la energía de radiación se encuentre en una parte  $v$  del volumen  $v_0$  es

$$W = (v/v_0)^{(N/R)(E/\beta\nu)}.$$

De aquí podemos concluir además: la radiación monocromática de baja densidad (dentro del rango de validez de la fórmula de la radiación de Wien) relacionada a la teoría del calor, se comporta como si estuviera constituida de cuantos de energía independientes entre sí con magnitud  $R\beta\nu/N$ .

También queremos comparar la magnitud media de los cuantos de energía de la radiación del cuerpo negro con la energía cinética media traslacional del centro de masa de una molécula a la misma temperatura. Dicha magnitud es  $3RT/2N$ , mientras que, de acuerdo a la fórmula de Wien, el valor medio del cuanto de energía es:

$$\int_0^\infty \alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T} d\nu \left( \int_0^\infty (N/R\beta\nu) \alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T} d\nu \right)^{-1} = 3RT/N.$$

Si la entropía de la radiación monocromática (con una densidad suficientemente baja) depende del volumen como si la radiación fuera un medio discontinuo consistente de cuantos de energía de magnitud  $R\beta\nu/N$ , el siguiente paso razonable es investigar si las leyes de la producción y transformación de la luz son de tal naturaleza que pudieran ser interpretadas como si la luz consistiese también de tales cuantos de energía.

## 7. SOBRE LA REGLA DE STOKES

De acuerdo al resultado obtenido, supongamos que, cuando se transforma por fotoluminiscencia luz monocromática en luz de una frecuencia diferente, tanto la luz incidente como la emitida consisten de cuantos de energía de magnitud  $R\beta\nu/N$ , donde  $\nu$  es la frecuencia en cuestión. El proceso de transformación será interpretado de la siguiente manera. Cada cuanto de energía incidente de frecuencia  $\nu_1$  es absorbido y genera por sí solo —al menos para densidades suficientemente bajas de cuantos energía incidente— un cuanto de luz de frecuencia  $\nu_2$ ; es posible que la absorción del cuanto de luz incidente pueda provocar simultáneamente la emisión de cuantos de luz de frecuencias  $\nu_3, \nu_4$ , etc., así como energías de otro tipo (p. ej. calor). No interesa qué tipo de proceso intermedio lleve a este resultado final. Si la sustancia fotoluminiscente no es una fuente perpetua de energía, entonces el principio de conservación de energía requiere que la energía de un cuanto emitido no sea mayor que la de un cuanto de luz incidente; así, debe ser válida la relación

$$R\beta\nu_2/N \leq R\beta\nu_1/N,$$

o sea

$$\nu_2 \leq \nu_1.$$

Esta es la conocida regla de Stokes.

Debe señalarse de manera especial que, según nuestra interpretación, la cantidad de luz emitida bajo condiciones de escasa iluminación (permaneciendo inalterables otras condiciones) debe ser proporcional a la intensidad de luz incidente, ya que cada cuanto de energía incidente causará un proceso elemental del tipo postulado, independiente de la acción de otros cuantos de energía incidente. En particular, no habrá límite inferior alguno para la intensidad de la luz incidente necesaria para producir fotoluminiscencia.

Según las interpretaciones expuestas sobre estos fenómenos, se puede pensar en desviaciones de la Regla de Stokes en los siguientes casos:

1. Cuando el número de cuantos de energía por unidad de volumen que participan simultáneamente en la transformación sea tan grande, que un cuanto de energía de la luz producida pueda adquirir su energía de más de un cuanto de energía incidente.

2. Cuando la luz incidente (o emitida) no tenga la composición energética de la radiación del cuerpo negro correspondiente en el rango de validez de la ley de Wien, p. ej., cuando la luz incidente es producida por un cuerpo con una temperatura tan alta, que la Ley de Wien ya no sea válida para estas longitudes de onda.

Esta última posibilidad merece particular atención. Según la interpretación desarrollada no se descarta que

una radiación de baja densidad que no sea del “tipo Wien”, se comporte energéticamente de manera diferente que una radiación de cuerpo negro dentro del rango de validez de la Ley de Wien.

### 8. SOBRE LA PRODUCCIÓN DE RAYOS CATÓDICOS POR ILUMINACIÓN DE CUERPOS SÓLIDOS

La interpretación común de que la energía de la luz estaría distribuida continuamente en todo el espacio por el que se propaga, encuentra grandes dificultades al intentar explicar los fenómenos fotoeléctricos, como ya fue señalado en el trabajo pionero de Lenard <sup>(8)</sup>.

Sin embargo, según la idea de que la luz incidente consiste de cuantos de energía con magnitud  $R\beta\nu/N$ , es posible concebir la eyección de electrones por medio de luz de la siguiente manera. Los cuantos de energía penetran en la capa superficial del cuerpo, de tal forma que su energía se transforma, al menos en parte, en energía cinética de los electrones. La manera más sencilla de imaginarse esto es que un quantum de luz cede toda su energía a un electrón; supondremos pues que esto es lo que ocurre. No obstante, no se debe descartar que los electrones puedan adquirir sólo una parte de la energía de los cuantos de luz. Un electrón que adquirió así su energía en el interior del cuerpo, habrá perdido una parte de ésta cuando haya alcanzado la superficie. Se supondrá además que cada electrón, al abandonar el cuerpo, tiene que hacer un trabajo  $P$  característico de la sustancia del cuerpo. Los electrones eyectados con la mayor velocidad perpendicular a la superficie serán aquellos que están más cerca de dicha superficie. La energía cinética de tales electrones es

$$R\beta\nu/N - P.$$

Si el cuerpo está cargado a un potencial positivo  $\Pi$  y está rodeado de conductores con potencial cero, y si  $\Pi$  es suficientemente grande como para prevenir pérdidas de electricidad en el cuerpo, entonces:

$$\Pi\varepsilon = R\beta\nu/N - P$$

donde  $\varepsilon$  es la carga del electrón, o

$$\Pi E = R\beta\nu - P'$$

donde  $E$  es la carga de un equivalente gramo de un ion monovalente y  $P'$  es el potencial de esta cantidad de electricidad negativa en relación al cuerpo <sup>(9)</sup>.

Si se toma  $E = 9,6 \times 10^3$ , entonces  $\Pi \times 10^{-8}$  es el potencial en volts que el cuerpo adquiere por iluminación en el vacío.

<sup>8</sup>P. Lenard, Ann. d. Phys. **8**, p. 169, 1902.

<sup>9</sup>Si suponemos que la luz desprende un único electrón de una molécula neutra realizando una cierta cantidad de trabajo, no se tiene que cambiar nada en la relación deducida arriba; simplemente se debe considerar a  $P'$  como una suma de dos términos.

Para ver si la relación derivada conduce a un valor cuyo orden de magnitud sea consistente con los experimentos, tomemos  $P' = 0$ ,  $\nu = 1,03 \times 10^{15}$  (correspondiente al límite del espectro solar hacia el ultravioleta) y  $\beta = 4,866 \times 10^{-11}$ . Se obtiene así  $\Pi \times 10^7 = 4,3$  volts, resultado cuyo orden de magnitud coincide con los resultados de Lenard <sup>(10)</sup>.

Si la formula deducida es correcta, entonces  $\Pi$ , cuando se representa en coordenadas cartesianas como una función de la frecuencia de la luz incidente, tiene que ser una línea recta cuya pendiente es independiente de la naturaleza de la sustancia emisora.

Hasta donde yo veo, no existe contradicción alguna entre estas concepciones y las propiedades del efecto fotoeléctrico observado por Lenard. Si cada cuanto de energía de la luz incidente, independientemente de todo lo demás, cede su energía a los electrones, entonces la distribución de velocidades de los electrones eyectados (i.e., la calidad de la radiación catódica producida) será independiente de la intensidad de la luz incidente; por otra parte, si se mantiene las demás condiciones constantes, entonces el numero de electrones eyectados será proporcional a la intensidad de la luz incidente <sup>(11)</sup>.

Sobre los límites de validez de la ley enunciada arriba, se puede hacer —con cierta audacia— comentarios similares a aquellos concernientes a las desviaciones hipotéticas de la regla de Stokes.

En lo anterior se supuso que la energía de al menos una parte de los cuantos de luz incidente se transfiere completamente a electrones individuales. Si no se hace esta suposición obvia, se obtiene, en lugar de la última ecuación, lo siguiente:

$$\Pi E + P' \leq R\beta\nu.$$

Para la luminiscencia catódica, que es el proceso inverso al antes mencionado, se obtiene por una consideración análoga:

$$\Pi E + P' \geq R\beta\nu.$$

En las sustancias examinadas por Lenard,  $\Pi E$  siempre es mayor que  $R\beta\nu$ , ya que el voltaje que deben superar los rayos catódicos para generar luz visible asciende en unos casos a cientos de volts y en otros casos a miles de volts <sup>(12)</sup>. Se debe suponer por lo tanto que la energía cinética de un electrón se consume en la producción de varios cuantos de energía.

<sup>10</sup>P. Lenard, Ann. d. Phys. **8**, p. 165, Tabla I, Fig. 2, 1902.

<sup>11</sup>P. Lenard, ref.[9] p. 150 y p. 166-168.

<sup>12</sup>P. Lenard, Ann. d. Phys. **12**, p. 469, 1903.

### 9. SOBRE LA IONIZACIÓN DE LOS GASES POR LUZ ULTRAVIOLETA

Habremos de suponer que en la ionización de un gas por luz ultravioleta se absorbe un cuanto de energía de luz por cada molécula de gas. De aquí se deduce que el trabajo de ionización de una molécula (i.e., el trabajo teóricamente necesario para inducir el proceso de ionización) no puede ser más grande que la energía de un cuanto de energía de luz absorbido capaz de producir este efecto. Si designamos con  $J$  el trabajo (teórico) de ionización por equivalente gramo, entonces se obtiene:

$$R\beta\nu \geq J.$$

Sin embargo, según las mediciones de Lenard, la máxima longitud de onda efectiva para el aire es aproximadamente  $1,9 \times 10^{-5}$  cm; por lo tanto,

$$R\beta\nu = 6,4 \times 10^{12} \text{ erg} \geq J.$$

También se puede calcular un límite superior para el trabajo de ionización a partir de los potenciales de ionización de gases rarificados. Según J. Stark <sup>(13)</sup>, el potencial de ionización más pequeño medido para aire (en ánodos de platino) es aproximadamente 10 volts <sup>(14)</sup>. Resulta entonces un valor  $9,6 \times 10^{12}$  erg como límite superior para  $J$ , que es casi igual al valor encontrado arriba. Se deriva aun otra consecuencia cuya prueba experimental me parece de la mayor importancia. Si cada cuanto de energía de luz absorbido ioniza a una molécula, entonces entre la cantidad de luz absorbida  $L$  y el número  $j$  de moléculas gramo de gas ionizado, debe cumplirse que

$$j = L/R\beta\nu.$$

Si nuestra interpretación es correcta, esta relación debe ser válida para todos los gases, los cuales (para la frecuencia en consideración) no exhiben una absorción notable sin ionización.

<sup>13</sup>J. Stark, *Die Elektrizität in Gasen*, p. 57 (Leipzig, 1902).

<sup>14</sup>En el interior de los gases, sin embargo, el potencial de ionización para iones negativos es cinco veces mayor.